Sammlung Göschen

Astronomie

Größe, Bewegung und Entfernung der Himmelskörper

Von

A. F. Möbius

Neu bearbeitet von

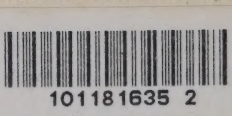
Prof. Dr. Hermann Kobold

I

Das Planetensystem

Mit 33 Figuren

11


101181635 2

Sammlung Göschen

Unser heutiges Wissen in kurzen, klaren, allgemeinverständlichen Einzeldarstellungen

MAIN
QB
45
.M7
1923
T.1

LIBRARIES

THE UNIVERSITY OF WESTERN ONTARIO

LONDON CANADA

LS-60612

7GGB 0/6/5

Bibliothek zur Mathematik u. Astronomie

aus der Sammlung Göschen

Geschichte der Mathematik von Oberstudiendirektor Dr. H. Wieleitner. 2 Bände . . . . . Nr. 226, 875

Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt von Prof. Dr. Hermann Schubert. Neue Ausgabe von Prof. Dr. Robert Haußner. Nr. 81

Fünfstellige Logarithmen von Direktor Prof. Aug. Adler. Nr. 423

Mathematische Formelsammlung v. Prof. O. Th. Bürklen. Neubearb. von Dr. F. Ringleb. Mit 38 Fig. . . . . Nr. 51

Arithmetik nebst Gleichungen 1. und 2. Grades von Prof. Dr. H. Schubert, neubearb von Prof. P. B. Fischer. Nr. 47

Beispielsammlung zur Arithmetik u. Algebra v. Prof. Dr. Herm. Schubert, neubearb. v. Prof. P. B. Fischer. M. 8 Fig. Nr. 48

Höhere Algebra von Prof. Dr. H. Hasse. 2 Bände . Nr. 931, 932

Aufgabensammlung zur Höheren Algebra von Prof. Dr. H. Hasse . . . . . Nr. 1082

Mengenlehre von Prof. Dr. E. Kamke. Mit 6 Figuren . . Nr. 999

Determinanten von Prof. P. B. Fischer . . . . . Nr. 402

Gruppentheorie von Dr. Ludw. Baumgartner. Mit 6 Fig. Nr. 837

Praktisches Zahlenrechnen v. Prof. Dr.-Ing. P. Werkmeister. Mit 58 Figuren . . . . . Nr. 405

Elementare Reihenlehre von Prof. Dr. H. Falckenberg. Mit 4 Fig. im Text . . . . . Nr. 943

Komplexe Reihen nebst Aufgaben über reelle und komplexe Reihen von Prof. Dr. H. Falckenberg. Mit 3 Fig. . Nr. 1027

Fouriersche Reihen von Prof. Dr. W. Rogosinski. Mit 4 Figuren . . . . . Nr. 1022

Differentialrechnung von Prof. Dr. A. Witting. Mit 94 Figuren und 185 Beispielen . . . . . Nr. 87

Repetitorium u. Aufgabensammlung z. Differentialrechnung von Prof. Dr. A. Witting. Mit 48 Figuren im Text und 405 Beispielen und Aufgaben . . . . . Nr. 146

Integralrechnung von Prof. Dr. A. Witting. Mit 63 Figuren und 190 Beispielen . . . . . Nr. 88

Repetitorium u. Aufgabensammlung zur Integralrechnung von Prof. Dr. A. Witting. Mit 32 Fig. u. 305 Beisp. Nr. 147

Gewöhnliche Differentialgleichungen v. Dr. G. Hoheisel Nr. 920

Partielle Differentialgleichungen v. Prof. Dr. G. Hoheisel Nr. 1003

Aufgabensammlung zu den gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen von Prof. Dr. G. Hoheisel . . . . . Nr. 1059

Integralgleichungen von Prof. Dr. G. Hoheisel . . . . Nr. 1099

Variationsrechnung I. Von Prof. Dr. L. Koschmieder. Mit 21 Fig. . . . . Nr. 1074

Elemente der Funktionentheorie von Prof. Dr. K. Knopp Nr. 1109

Funktionentheorie von Prof. Dr. Konrad Knopp.
I. Grundlagen der allg. Theorie der analyt. Funktionen. Mit 8 Fig. Nr. 668
II. Anwendungen u. Weiterführung d. allgem. Theorie. M. 7 Fig. Nr. 703

Aufgabensammlung zur Funktionentheorie von Prof. Dr. K. Knopp. 2 Bde. . . . . Nr. 877, 878

Einführung in die Konforme Abbildung von Prof. Dr. Ludwig Bieberbach . . . . . Nr. 768

Potentialtheorie v. Dr. W. Sternberg. 2 Bände. Mit 6 Fig. Nr. 901, 944

Vektoranalysis von Prof. Dr. Siegfr. Valentiner. Mit 13 Fig. Nr. 354

Graphische Integration v. Dr. F. A. Willers. Mit 53 Fig. Nr. 801

Numerische Integration von Dr. F. A. Willers. Mit 2 Fig. Nr. 864

Ebene und sphärische Trigonometrie von Prof. Dr. Gerhard Hessenberg. Mit 59 Figuren . . . . . Nr. 99

Projektive Geometrie in synthetischer Behandlung von Prof. Dr. K. Doehlemann. 2 Bände. Mit 114 Figuren . Nr. 72, 876

Aufgabensammlung zur Projektiven Geometrie von Prof. Dr. H. Timerding. Mit 65 Figuren . . . . . Nr. 1060

Darstellende Geometrie v. Prof. Dr. Rob. Haußner u. Dr. Wolfgang Haack. 4 Bde. Mit zahlreich. Figuren. Nr. 142, 143, 144, 1063

Nichteuklidische Geometrie von Prof. Dr. R. Baldus. Mit 71 Fig. . . . . Nr. 970

Einführung in die geometrische Optik von Dr. W. Hinrichs. Mit 56 Figuren . . . . . Nr. 532

Analytische Geometrie der Ebene von Prof. Dr. R. Haußner. Mit 60 Fig. im Text . . . . . Nr. 65

Sammlung von Aufgaben und Beispielen zur analytischen Geometrie der Ebene von Prof. Dr. R. Haußner. Mit 22 Figuren . . . . . Nr. 256

Analytische Geometrie des Raumes von Prof. Dr. R. Haußner. Mit 36 Figuren . . . . . Nr. 89

Koordinatensysteme von Prof. P. B. Fischer. Mit 8 Figuren Nr. 507

Algebraische Kurven. Neue Bearb. v. Prof. Dr. H. Wieleitner.
I. Gestaltl. Verhältnisse. Mit 97 Figuren . . . . . Nr. 435
II. Allgemeine Eigenschaften. Mit 35 Figuren . . . . Nr. 436

Wahrscheinlichkeitsrechnung von Prof. Dr. O. Knopf. 2 Bände. Mit 10 Figuren . . . . . Nr. 508, 871

Politische Arithmetik von Dr. E. Förster . . . . . Nr. 879

Versicherungsmathematik von Prof. Dr. Friedr. Boehm. 2 Bände . . . . . Nr. 180, 917

Ausgleichungsrechnung n. d. Methode d. kleinsten Quadrate von Prof. W. Weitbrecht. 2 Bde. Mit 16 Fig. Nr. 302, 641

Vermessungskunde von Prof. Dr.-Ing. P. Werkmeister. 3 Bände. Mit 294 Figuren . . . . . Nr. 468, 469, 862

Geodäsie (Landesvermessung und Erdmessung) von Prof. Dr. G. Förster. Mit 33 Figuren . . . . . Nr. 102

Mathematische Instrumente v. Dr. Fr. A. Willers. M. 68 Fig. Nr. 922

Astronomie. Größe, Bewegung u. Entfernung d. Himmelskörper v. A. F. Möbius, neubearb. v. Prof. Dr. Herm. Kobold.
I. Das Planetensystem. Mit 33 Figuren . . . . . Nr. 11
II. Kometen, Meteore und das Sternsystem. Mit 15 Fig. und 2 Sternkarten . . . . . Nr. 529

Sammlung Göschen

Astronomie

Größe, Bewegung und Entfernung der Himmelskörper

Von

A. F. Möbius

11. Auflage

bearbeitet von

Dr. Hermann Kobold
o. Professor an der Universität Kiel

I. Teil

Das Planetensystem

Mit 33 Figuren

Durchgesehener Neudruck

Berlin und Leipzig
Walter de Gruyter & Co.
vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung · J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung · Georg Reimer · Karl J. Trübner · Veit & Comp.
1925

Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht,
von der Verlagshandlung vorbehalten.

Plattendruck von Walter de Gruyter & Co., Berlin W. 10

Inhalt.

Seite

I. Die Erde und ihre Beziehungen zum Weltall
1. Die tägliche scheinbare Bewegung der Gestirne. 5
2. Gestalt und Größe der Erde 15
3. Achsendrehung der Erde 31
4. Von der Atmosphäre 39
II. Die Erde in ihrem Verhältnis zur Sonne
5. Jährliche Bewegung 43
6. Die Zeiteinteilung 47
7. Die Bewegung der Erde um die Sonne . . . 56
8. Die Entfernung der Erde von der Sonne . . 68
III. Vom Monde
9. Bewegung des Mondes 73
10. Lichtgestalten, Entfernung und Größe des Mondes 78
11. Von den Finsternissen und Bedeckungen . . . 83
IV. Von den Planeten
12. Scheinbare Bewegung der Planeten 91
13. Wahre Bewegung der Planeten 98
14. Von der Gravitationskraft 102
15. Masse und Dichtigkeit 111
16. Von den Planeten und ihren Monden 114

Zeichenerklärung.

Zeitmaß: ^{J} = Jahr, ^{d} = Tag (dies), ^{m} = (Zeit-)Minute, ^{s} = (Zeit-)Sekunde. Bogenmaß: der Kreisumfang wird geteilt in 360 Grade = °, der Grad in 60 (Bogen-)Minuten = ′, die Minute in 60 (Bogen-)Sekunden = ″. Lineare Maße: km = Kilometer, m = Meter, cm = Zentimeter, mm = Millimeter.

I. Die Erde und ihre Beziehungen zum Weltall.

1. Die tägliche scheinbare Bewegung der Gestirne.

Richten wir von der Erde aus unsere Blicke nach oben, so scheint es uns, als umgebe uns ein großes Gewölbe, an welchem tags die Sonne, nachts die Sterne ihre Bahnen beschreiben. Wir nennen dieses Gewölbe den Himmel oder das Firmament. In den naiven, an die unmittelbaren Wahrnehmungen anknüpfenden Darstellungen der Naturvölker bildet dieses als fest betrachtete Gewölbe die Grenze des Wahrnehmungsbereiches des Auges. Für uns gilt als notwendige Voraussetzung unserer Vorstellung die schon von den griechischen Naturphilosophen vertretene Lehre, daß der Raum sich nach allen Richtungen hin bis ins Unendliche oder doch bis zu für uns unvorstellbar großen Entfernungen erstreckt und daß eine Grenze für unsere direkten Wahrnehmungen nur gegeben ist durch die Sehweite unseres Auges, die wir durch die Anwendung von Fernrohren noch viele Male erweitern können. Eine um unser Auge mit der als unendlich groß gegenüber den Entfernungen auf der Erdoberfläche zu erachtenden Sehweite beschriebene Kugeloberfläche nennen wir die Sphäre. Sie ist nur ein Hilfsmittel für die Vorstellung. Die Linie, in welcher das scheinbare Himmelsgewölbe auf der Erde zu ruhen scheint, wird der Horizont, der gerade über uns befindliche Punkt des Gewölbes der Zenit genannt.

Die Gestalt des scheinbaren Himmelsgewölbes ist nicht kugelförmig, im Horizont scheint uns das Gewölbe viel weiter entfernt als im Zenit. Wir beurteilen nun die Größe z. B. der Mondscheibe nach der Größe ihrer Projektion auf das scheinbare

Himmelsgewölbe. Deshalb erscheint sie uns in der Nähe des Horizontes größer als in der Nähe des Zenits.

Horizont und Zenitpunkt bilden die Grundlagen für unsere Messungen auf der Erdoberfläche, wie auch am Himmel. Bei ganz freier Aussicht, wie sie auf dem Meere gegeben ist, kann der Horizont selbst als Ausgangspunkt der Messung dienen. Wir besitzen aber einfache Hilfsmittel, um uns jederzeit die Ebene des Horizontes und die Richtung nach dem Zenit herzustellen. Bringen wir unser Auge in eine solche Stellung über einer spiegelnden Oberfläche — einer Schale mit dunkelgefärbtem Öl oder mit Quecksilber —, daß es sein Spiegelbild erblickt, so steht die Verbindungslinie des Auges mit seinem Spiegelbilde senkrecht zur spiegelnden Fläche und stellt, da die Flüssigkeitsoberfläche horizontal ist, die Richtung der Vertikalen dar; sie zielt also, nach oben verlängert, auf den Zenit. Führen wir die gleiche Beobachtung mit einem Fernrohre aus, so erhalten wir die als Ausgangspunkt der genauesten Messungen dienende Stellung des Fernrohrs, in welcher es gerichtet ist auf den zweiten dem Zenit gegenüberliegenden Schnittpunkt der Vertikalen mit der Sphäre, den wir den Nadirpunkt nennen. Drehen wir aus dieser Stellung das Fernrohr um eine horizontale Achse, bis es auf einen beliebigen Gegenstand auf der Erde oder auf ein Gestirn gerichtet ist, so mißt die Drehung den Abstand des Gestirns oder des Gegenstandes vom Nadir. Dann ist die Ergänzung zu einem halben Umkreis oder 180° der Abstand vom Zenitpunkt, die Zenitdistanz. Die Punkte des Horizontes stehen vom Zenit um einen rechten Winkel oder 90° ab. Bei der Drehung um die horizontale Achse beschreibt die Absehenslinie des Fernrohrs an der Sphäre Kreise, die wir Vertikal- oder Höhenkreise nennen. Sie laufen vom Zenit zum Nadir und stehen senkrecht zum Horizonte. Den auf diesen Kreisen gezählten Bogen zwischen der Richtung nach einem Gegen-

stande und der Richtung nach dem Horizonte nennt man die Höhe.

Die Höhe kann man gleichfalls mit Hilfe des vorhin beschriebenen künstlichen Horizontes messen. Da das in der spiegelnden Oberfläche gesehene Bild eines Gestirns ebenso tief unterhalb des Horizontes liegt, wie das Gestirn selbst oberhalb desselben, so bildet die Richtung nach dem Spiegelbilde und die nach dem Gestirne einen Winkel, der gleich der doppelten Höhe ist.

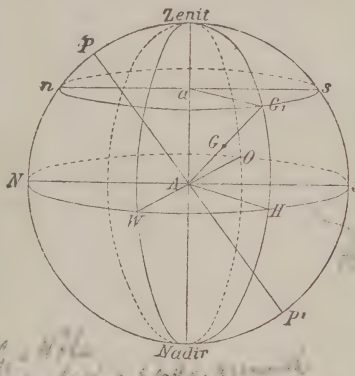


Fig. 1.

In Fig. 1 soll A das im Mittelpunkt der Sphäre befindliche Auge des Beobachters sein. Der vom Zenit- und Nadirpunkte um 90° abstehende Kreis SWNO ist der Horizont. Wir bedürfen nun noch einer festen Ausgangsrichtung für unsere Messungen in der Ebene des Horizontes. Die hierzu nötige zweite Erfahrungstatsache müssen wir der Beobachtung der Gestirne entnehmen. Ein aufmerksamer Beschauer, der seinen Blick auf dem Himmel ruhen läßt, erkennt schon nach einiger Zeit, daß die Sterne ihren Ort gegen feste Richtungen auf der Erdoberfläche langsam ändern, und es genügt eine einige Stunden hindurch fortgesetzte Beobachtung zur Feststellung der Tatsache, daß die Sterne am Himmel Kreise beschreiben, die in einer bestimmten Gegend immer kleiner und kleiner werden. Die Mittelpunkte all dieser Kreise liegen auf

einer geraden Linie, es ist die Umdrehungsachse des Himmelsgewölbes oder die Weltachse, die die Sphäre in zwei Punkten, dem Nordpol und Südpol (P und P′ Fig. 1), schneidet. Diese beiden ausgezeichneten Punkte, deren Bestimmung überall möglich ist, wo immer wir uns befinden, bilden die gesuchten weiteren Stützpunkte für die Orientierung. Den durch dieselben hindurchgehenden, also vom Zenit über P oder über P′ nach dem Nadir laufenden Vertikalkreis nennt man den Meridian. Er bestimmt den Nordpunkt N und den Südpunkt S als Schnittpunkte mit dem Horizonte. Weiter haben wir 90° von diesen Punkten abstehend im Horizonte die Punkte O, Ostpunkt, und W, Westpunkt. Der durch diese letzteren Punkte hindurchgehende, zum Meridian senkrecht stehende Vertikalkreis heißt der erste Vertikal. Die gerade Linie SN, in welcher die Ebene des Meridians die Ebene des Horizontes schneidet, wird die Mittagslinie oder auch der Meridian von A genannt. Die Bestimmung der Lage eines Gegenstandes oder Gestirns in Beziehung zur Ebene des Horizontes ist die einfachste und nächstliegende. Wir ziehen dazu durch den Schnittpunkt der Absehenslinie AG nach dem Gegenstande G mit der Sphäre den Vertikalkreis G_1H und einen zum Horizont parallelen Kreis G_1sn. Dieser letztere Kreis wird bezeichnet als Horizontalkreis oder Almukantarat. Die Lage des Punktes G_1 an der Sphäre ist gegeben durch die Bögen HG_1 — die Höhe des Punktes G_1 — und G_1s. Dieser letztere Bogen des Almukantarats erscheint vom Mittelpunkte a dieses Kreises unter dem Winkel saG_1, und das ist der Winkel zwischen der Ebene des Vertikalkreises und der Ebene des Meridians. Er wird auf dem Horizonte gemessen durch den Bogen SH und heißt Azimut. Durch Höhe und Azimut ist die Lage jedes Punktes an der Sphäre bestimmt. Die Höhe wird vom scheinbaren Horizonte aus von 0° bis 90° gezählt. Befindet der Beobachter sich nicht

in der Ebene des Horizontes, sondern über derselben, so können ihm Gegenstände auf der Oberfläche unterhalb des Horizontes seines Fußpunktes liegend erscheinen; in diesem Falle heißt der Abstand vom Horizonte die Depression. Das Azimut wird in der Regel vom Nordpunkte beginnend in der Richtung der Bewegung des Uhrzeigers über O, S, W von 0° bis 360° gezählt. In der Astronomie rechnet man es häufig auch vom Südpunkte S aus und zählt von S aus über W von 0° bis 180° das positive oder westliche Azimut, dem man das Zeichen + gibt, und von S über O von 0° bis 180° das negative oder östliche Azimut mit dem Zeichen —.

Für Gegenstände auf der Erdoberfläche sind Höhe und Azimut unveränderliche Größen. Für die Gestirne aber ändern sie sich, wie die Beobachtung lehrt, beständig. Wenn wir also einen Punkt am Himmel durch Höhe und Azimut bestimmen wollen, so kann diese Bestimmung nur für einen gleichfalls anzugebenden Zeitpunkt gültig sein. Deshalb wählen wir für unsere Beobachtungen am Himmel einen anderen Weg zur Orientierung. Wir gehen (Fig. 2) statt vom Zenit aus vom Punkte P und ersetzen die Ebene des Horizontes durch eine durch A hindurchgehende, senkrecht zu PP′ stehende Ebene. Der Kreis, in welchem diese Ebene die Sphäre schneidet und dessen Punkte also um 90° von P und P′ abstehen, heißt der Äquator. Um die Lage des Punktes G_1 zu bestimmen, ziehen wir an der Sphäre einen Kreis von P über G_1 nach P′ und legen durch G_1 einen zum Äquator parallelen Kreis $G_1 q q_1$. Der erstere Kreis wird der Stundenkreis oder Deklinationskreis, der letztere der Parallelkreis genannt. Die Lage des Punktes G_1 wird bestimmt durch die Bögen $G_1 B$ und $G_1 q$. Der Bogen $G_1 B$, der auf dem Stundenkreise gezählte Abstand des Punktes G_1 vom Äquator, heißt die Deklination. Diese wird vom Äquator aus nach beiden Seiten von 0° bis 90° gezählt, und es wird unterschieden zwischen

nördlicher und südlicher Deklination. Zur Bezeichnung dienen wieder die Zeichen + für nördliche und — für südliche Deklination. Der Bogen G_1q, der vom Mittelpunkte des Parallelkreises aus gesehen unter einem Winkel erscheint, der dem vom Stundenkreise von G_1 und dem Meridian gebildeten entspricht, wird ausgedrückt durch den diesen Winkel messenden Bogen BQ auf dem Äquator. Dieser Bogen wird bezeichnet als der Stundenwinkel des Punktes G_1. Der Stundenwinkel wird von dem im Meridian befindlichen Punkte Q des Äquators ausgehend nach Westen zu, also wieder im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers oder der täglichen scheinbaren Bewegung der Gestirne, wachsend von 0° bis 360° gezählt.

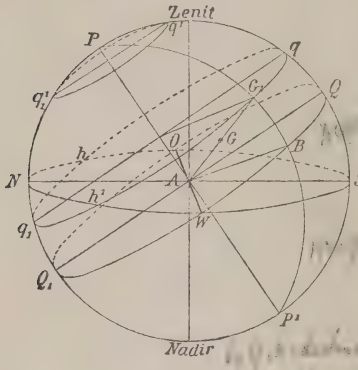


Fig. 2.

Die scheinbare Bewegung der Gestirne erfolgt auf den Parallelkreisen. Es ändert sich demnach nur der Stundenwinkel, aber nicht die Deklination der Gestirne infolge dieser Bewegung. Ein im Äquator liegender Punkt erreicht im Meridian seine größte Höhe; sein Aufgang erfolgt im Ostpunkte O, sein Untergang im Westpunkte W. Man nennt den Punkt Q den kulminierenden Punkt des Äquators. Ebenso sagt man, der im Meridian liegende Punkt q des Parallelkreises von G_1 befinde sich in der Kulmination. Der Punkt q teilt den oberhalb des Horizontes befindlichen Teil des Parallelkreises in zwei gleiche Hälften. Das auf dem

Parallelkreise sich bewegende Gestirn wird in h aufgehen, in h′ untergehen. Man nennt den Bogen hqh′ den Tagbogen des Gestirns, den unterhalb des Horizontes liegenden Bogen h′q_1h den Nachtbogen; in q befindet das Gestirn sich in oberer, in q_1 in unterer Kulmination. Für Punkte des Äquators ist Tag- und Nachtbogen gleich. Für Orte, die den Nordpol des Himmels über dem Horizonte haben, ist für Sterne nördlich vom Äquator der Tagbogen länger als der Nachtbogen, und der Unterschied wird um so größer, je größer die Deklination ist, je mehr sich also die Punkte q und q_1 dem Nordpol P nähern. Fällt q_1 nach N, oder liegt q_1 zwischen N und P, so geht das Gestirn gar nicht mehr unter. Solche Sterne werden Zirkumpolarsterne genannt. Der Abstand des Punktes h, in welchem der Stern aufgeht, vom Ostpunkte auf dem Horizont heißt die Morgenweite, derjenige des Punktes h′ von W die Abendweite. Beide sind, wie aus der Figur unmittelbar ersichtlich, einander gleich.

Die Änderung des Stundenwinkels der Gestirne steht in einem einfachen Verhältnisse zu der Zeit. Da die scheinbare Bewegung der Gestirne gleichmäßig erfolgt, indem sich wenigstens eine Abweichung von der Gleichförmigkeit durch die Beobachtungen noch nicht hat nachweisen lassen, benutzen wir dieselbe als Zeitmaß. Den zwischen zwei aufeinander folgenden oberen Kulminationen eines Gestirns liegenden Zeitraum nennen wir einen Sterntag, und wir teilen ihn ein in 24 Stunden, die Stunde in 60 Minuten, die Minute in 60 Sekunden. Zur Messung der Zeit war man im Altertum und im Mittelalter auf die Beobachtung der Gestirne allein angewiesen; man fand sie durch die Messung des Stundenwinkels desjenigen Gestirns, das die Zeit regulieren sollte, und übertrug sie dann auf besondere Hilfsvorrichtungen, die Wasser- und Sanduhren und die Sonnenuhren. Jetzt haben wir im Pendel ein einfaches mechanisches Hilfsmittel zur gleichförmigen

Zeiteinteilung. Die Pendel unserer Uhren sind meist so reguliert, daß sie in dem Zeitraum zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen eines Gestirns $86\,400 = 24 \times 60 \times 60$ Schwingungen ausführen. Dann ist die Zeit einer Schwingung gleich einer Zeitsekunde. Die an einer solchen nach der scheinbaren Bewegung der Sterne regulierten Uhr abgelesenen Zeiten stehen in einem einfachen Verhältnisse zu dem Stundenwinkel und werden zur Messung desselben benutzt. Es ist

1 Stunde auf der Uhr = 15° des Stundenwinkels
1 Minute „ „ „ = 15′ „ „
1 Sekunde „ „ „ = 15″ „ „

Im gewöhnlichen Leben verwendet man häufig auch Uhren, die nach halben Sekunden oder einem andern Bruchteile der Sekunde fortschreiten. Die scheinbare Bewegung der Gestirne in bezug auf den Horizont des in A (Fig. 2) befindlichen Auges hängt ab von der Lage der Linie AP gegen die Vertikale, oder auch von dem Winkel, welchen die Umdrehungsachse AP mit dem Horizonte bildet. Diesen Winkel PAN nennen wir die Polhöhe. Die Polhöhe ist, wie die Erfahrung lehrt, als unveränderlich anzusehen, wenn es sich nicht um Beobachtungen von äußerster Genauigkeit handelt. Wir werden darauf noch zurückzukommen haben, wenn wir von der Erklärung der scheinbaren Bewegung der Gestirne sprechen werden.

Die Bestimmung der Lage der verschiedenen im vorhergehenden eingeführten festen Ausgangsrichtungen ist gleichfalls auf die Beobachtung der scheinbaren Bewegung der Gestirne zu begründen. Es handelt sich um die Festlegung der Richtung der Mittagslinie und derjenigen der Weltachse. Für die Lösung der ersteren Aufgabe benutzt man die Eigenschaft des Meridians, daß die Erscheinungen der täglichen Bewegung sich symmetrisch zu ihm abspielen. Beobachtet man z. B. die

Richtung nach dem Punkte, in welchem ein Gestirn aufgeht, und nach demjenigen, in welchem dasselbe Gestirn untergeht, so haben wir zwei zur Mittagslinie symmetrische Richtungen und erhalten diese letztere als Mittellinie zwischen den beiden beobachteten Richtungen. Die Ausführung dieser Beobachtungen wäre aber, da sie einen völlig freien Horizont verlangen, an besonders günstig gelegene Orte gebunden. Viel leichter können wir die aus der Symmetrie der Bewegungen folgende Gleichheit der Höhe der Gestirne bei gleichem Stundenwinkel vor und nach der Kulmination der Beobachtung unterwerfen. Errichten wir (Fig. 3) eine senkrechte Stange, beschreiben um ihren Fußpunkt konzentrische Kreise und verfolgen nun die Spitze des durch die Sonne erzeugten Schattens der Stange oder das durch eine kleine Öffnung am oberen Ende der Stange auf der Erde erzeugte Sonnenbildchen, so entsprechen die beiden Punkte $s\,s_1$, in denen die Schattenspitze oder das Sonnenbildchen einen der Kreise passiert, gleicher Sonnenhöhe, also gleichen Stundenwinkeln der Sonne, und der Halbierungspunkt M des Bogens ss_1 liegt in der Mittagslinie AN. Dieses in früheren Zeiten vielfach benützte einfache Instrument heißt Gnomon. Der Astronom mißt in der auf Seite 6, 7 beschriebenen Weise mit Hilfe seiner Instrumente direkt die Höhe der Gestirne und ermittelt die Richtung des Meridians als diejenige Richtung, in der die Gestirne in der oberen Kulmination die größte, in der unteren die kleinste Höhe erreichen, oder auch als die Mittellinie der

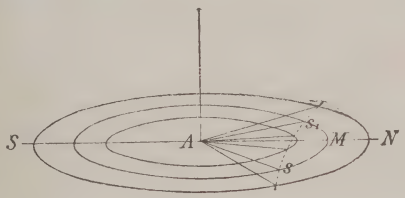


Fig. 3.

beiden gleicher Höhe zugehörigen Richtungen. Bei Zirkumpolarsternen kann man auch Azimutbeobachtungen zur Bestimmung der Richtung des Meridians anwenden und erhält damit eine der besten Methoden. Man wählt Sterne, deren obere Kulmination zwischen dem Zenit und dem Pole erfolgt. Bei diesen schwankt das Azimut, wie Fig. 4 erkennen läßt, zwischen einem größten und einem kleinsten Werte, die sich leicht beobachten lassen, weil in ihrer Nähe das Azimut sich sehr langsam ändert. Die Richtung des Meridians ist wieder das Mittel aus diesen beiden ausgezeichneten Richtungen. Endlich kann man bei diesen Sternen, wenn man eine gute Uhr anwenden kann, auch Gebrauch machen von der Eigenschaft des Meridians, daß er die scheinbare tägliche Bahn der Gestirne in zwei gleiche Hälften teilt, während für jeden anderen die Bahn durchschneidenden Vertikalkreis (ZN_1 Fig. 4) die zu beiden Seiten desselben liegenden Wegstücke des Sterns, also auch die zu ihrem Durchlaufen nötigen Zeiten ungleich sind.

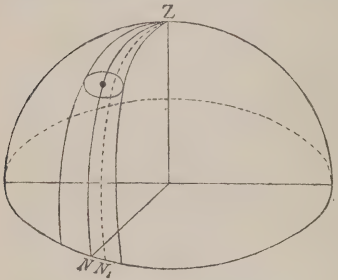


Fig. 4.

Zur Bestimmung der Polhöhe können wir gleichfalls die Beobachtung solcher Zirkumpolarsterne benutzen. Das Mittel aus der größten Höhe, die sie erreichen, und der kleinsten Höhe ist die Höhe des Mittelpunktes ihrer scheinbaren Bahn, also die Höhe des Himmelspols. Wir finden die Polhöhe aber auch durch Rechnung aus der Beobachtung der Höhe jedes Sternes zur Zeit seiner Kulmination, wenn wir seine

Deklination kennen. In Fig. 2 ist PN die Polhöhe, der kulminierende Punkt Q des Äquators ist von P 90° entfernt, also ist der Bogen QPN = 90° + PN, und weil SPN = 180° ist, so muß SQ, die Äquatorhöhe, = 90° — PN sein. Für einen in q kulminierenden Stern ist Qq die Deklination, qS die Kulminationshöhe. Da qS — qQ = QS, also auch = 90° — PN ist, läßt sich also aus der beobachteten Kulminationshöhe qS und der Deklination qQ die Polhöhe PN leicht berechnen. Aus der Figur kann man auch leicht ableiten, wie man zu verfahren hat, wenn der Stern nicht südlich vom Zenit, sondern nördlich von demselben kulminiert, oder wenn man nicht die obere, sondern die untere Kulmination benutzt.

2. Gestalt und Größe der Erde.

Die Erfahrung lehrt, daß der Horizont bei freier Aussicht, wo immer wir uns auf der Erde befinden mögen, ein vollkommener Kreis ist. Da nun die Linie des Horizontes gebildet wird durch die Aufeinanderfolge der Punkte, in welchen die von unserem Auge ausgehenden Sehrichtungen den Erdkörper berühren, so muß die Gestalt des Horizontes in inniger Beziehung zur Gestalt der Erde stehen, und wir müssen aus der stets kreisförmigen Gestalt des Horizontes schließen, daß der Erdkörper eine Kugel ist, da kein anderer Körper diese Eigenschaft hat. Zur Erklärung aller Wahrnehmungen im gewöhnlichen Leben genügt es in der Tat, die Erde als eine Kugel zu betrachten; die Abweichung von der Kugelgestalt ist nur durch genaue Messungen nachweisbar.

Neben der Gestalt des Horizontes sprechen noch eine ganze Reihe von Erfahrungstatsachen für die Krümmung der Erdoberfläche. Am überzeugendsten ist in dieser Hinsicht die bekannte Erscheinung, daß wir von einem sich uns nähernden Gegenstande, z. B. einem Schiffe, zuerst die Spitze, dann

die oberen Teile des Mastes und erst, wenn es uns ziemlich nahe gekommen ist, den ganzen Rumpf sehen. Da dies in jeder beliebigen Richtung stattfindet, so muß die Erdoberfläche konvex gekrümmt sein. Diese konvexe Krümmung kann man bei einer großen ruhigen Wasseroberfläche sogar direkt nachweisen durch die Verzerrung, die das Spiegelbild eines fernen Gegenstandes zeigt. Die Krümmung bewirkt, daß im Bilde die vertikalen Dimensionen sehr stark verkürzt sind. Für genauere Messungen und für den Nachweis der strengen Kugelgestalt sind diese Wahrnehmungen aber nicht geeignet. Weiter reicht schon die durch die Erdumseglungen zuerst 1519—1522 durch Magelhaens dargetane Tatsache, daß, wenn man von einem bestimmten Punkte der Erdoberfläche ausgehend immer in der gleichen Richtung fortschreitet, man zuletzt an denselben Punkt zurückkommt, und dann die weitere Wahrnehmung, daß der Erdschatten, den wir bei Mondfinsternissen auf der Mondscheibe wahrnehmen, immer kreisförmig ist.

Um genaueren Aufschluß über Gestalt und Größe der Erde zu bekommen, sind wir auf die Beobachtungen der Sterne angewiesen. Gehen wir von unserem Beobachtungsorte in der Richtung der Mittagslinie nach Norden zu, so sehen wir, daß der Himmelspol sich immer höher über den Horizont erhebt und der Äquator immer tiefer gegen den Südhorizont sinkt. Gehen wir dagegen in südlicher Richtung im Meridiane, so sinkt der nördliche Himmelspol zum Horizonte herab, der Äquator steigt höher und höher am Südhorizonte herauf. Schließlich erreichen wir einen Punkt, für den der Äquator im Zenit, der nördliche Himmelspol im Nordhorizonte erscheint, und für den gleichzeitig der südliche Himmelspol im Südhorizonte sich befindet, um bei noch weiterem Fortschreiten sich über den Horizont zu erheben, während der nördliche Himmelspol verschwunden ist. Wir erkennen bei genauerer Messung auch, daß der gleichen Wegstrecke auf der Erdoberfläche stets die gleiche

Bewegung der Punkte am Himmel entspricht, und das können wir nur erklären durch die Annahme, daß der Meridian den Erdkörper in einem Kreise durchschneidet und daß die Mittagslinie des Erdortes eine Berührungslinie an diesen Kreis ist. Ebenso aber beobachtet man, daß für verschiedene Erdorte die Auf- und Untergänge und die Kulminationen desselben Gestirnes nicht zu gleicher Zeit erfolgen, sondern daß sie für einen westlich gelegenen Ort später, für einen östlich gelegenen früher eintreten und daß der Betrag der Verspätung bzw. Verfrühung für gleiche Wegstrecken auf der Erdoberfläche wieder der gleiche ist. Es folgt daraus, daß die Erdoberfläche auch in ost-westlicher Richtung gleichförmig gekrümmt ist. Der Erdkörper hat also nach allen Richtungen hin eine gleichförmige Krümmung, muß also eine Kugel sein. Wir werden durch Beobachtungen dieser zuletzt beschriebenen Art auch imstande sein zu entscheiden, ob dieser Schluß auf die Gestalt des Erdkörpers ein völlig strenger ist oder ob er eine Einschränkung erleiden muß, ob also die Erdgestalt sich von einer Kugel um geringe, nur durch genaue Beobachtungen und Messungen nachweisbare Beträge unterscheidet.

Wenn wir hiernach es als bewiesen ansehen, daß die Erde wenigstens nahezu die Gestalt einer Kugel hat, so können wir nun auch nicht mehr den Horizont mit der Erdoberfläche gleich erachten, müssen vielmehr die Ebene des Horizontes erklären als die den Erdkörper in dem Beobachtungspunkte berührende Ebene, und der Horizont auf der Sphäre wäre der Schnitt dieser Ebene mit der um unser Auge mit einem unendlich großen Halbmesser beschriebenen Kugel. Nur wenn das Auge des Beobachters sich unmittelbar auf der Erdoberfläche selbst befindet, würde es nur den oberhalb dieser Berührungsebene an die Kugel liegenden Teil des Himmels überblicken. Sobald es sich aber über die Erdoberfläche erhebt, können noch Licht-

strahlen in das Auge gelangen, die von Punkten ausgehen, die unterhalb jener Berührungsebene liegen, es überblickt einen größeren Teil der Sphäre als die Hälfte, und dieser vom Auge zu überblickende Teil der Sphäre wächst, je höher wir uns über die Kugeloberfläche erheben. Wir müssen deshalb einen Unterschied machen zwischen dem Kreise, welchen wir als Schnitt der Berührungsebene an die Erdoberfläche mit der Sphäre erhalten und den wir den wahren Horizont nennen, und jener Kreislinie, die entsteht als Schnitt eines Kegelmantels, dessen Spitze im Auge des Beobachters liegt und dessen Seite die von dem Auge an den Erdkörper gezogenen Berührungslinien sind, mit der Sphäre. Diese letztere Linie heißt der scheinbare Horizont. Die Depression des scheinbaren Horizontes gegen den wahren Horizont heißt auch die Kimm; sie spielt in der Nautik eine wichtige Rolle. Da die Dimensionen des Erdkörpers gegenüber der Entfernung der Sterne verschwindend klein sind, ist es für den Anblick des gestirnten Himmels gleich, ob wir das Auge des Beobachters an der Erdoberfläche oder im Erdmittelpunkte annehmen, und deshalb ersetzen wir zur Bestimmung des wahren Horizontes die Berührungsebene an die Erdkugel durch eine durch den Erdmittelpunkt gehende, jener Berührungsebene parallele Ebene und legen den Mittelpunkt der Sphäre in den Mittelpunkt der Erde. Für die unendlich weit entfernten

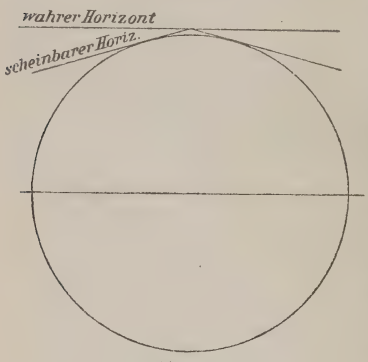


Fig. 5.

Sterne macht das nichts aus; für Gestirne aber, deren Entfernung gegenüber den Dimensionen des Erdkörpers eine meßbare Größe ist, unterscheidet sich der von dem Punkte an der Erdoberfläche aus gesehene Ort von dem vom Erdmittelpunkte aus gesehenen.

Durch die Verlegung des Mittelpunktes der Sphäre in den Erdmittelpunkt wird bewirkt, daß den Kreisen und Punkten am Himmel, die wir eingeführt haben, entsprechende Kreise und Punkte auch auf der Erdoberfläche entstehen. Die durch die Pole des Himmels hindurchgehende Weltachse schneidet die Erdoberfläche in zwei Punkten, dem Nordpol oder arktischen Pol und dem Südpol oder antarktischen Pol. Eine durch den Erdmittelpunkt senkrecht zu dieser Weltachse gelegte Ebene schneidet die Erdoberfläche im Erdäquator, die Sphäre im Himmelsäquator. Der Erdäquator teilt die Erdoberfläche in zwei gleiche Hälften, die Nordhalbkugel und die Südhalbkugel oder die nördliche und südliche Hemisphäre. Die den Deklinationskreisen entsprechenden Linien auf der Erdoberfläche, die entstehen durch den Schnitt einer durch die Weltachse gelegten Ebene mit der Erdoberfläche, heißen Längenkreise oder Meridiane. Endlich werden die dem Äquator parallelen Kreise auf der Erdoberfläche, die den Parallelkreisen am Himmel entsprechen, gleichfalls als Parallelkreise oder als Breitenkreise bezeichnet. Den Abstand eines Erdortes vom Äquator nennt man die geographische Breite dieses Ortes. Man unterscheidet wieder nördliche Breite, die man durch das + Zeichen bezeichnet, und südliche durch — bezeichnete Breite. Der geographischen Breite eines Ortes entspricht an der Sphäre der Abstand seines Zenits vom Äquator, also die Deklination des Zenits. Wie man aus Fig. 2 leicht entnimmt, ist die Deklination des Zenits gleich der Polhöhe, da beide durch den Winkel zwischen der Vertikalen und der Weltachse zu 90° ergänzt werden.

Also ist auch die geographische Breite eines Ortes gleich seiner Polhöhe. Für Berlin ist die Höhe des Himmelspoles über dem Horizonte $52\frac{1}{2}°$, und daher liegt Berlin unter $52\frac{1}{2}°$ nördlicher Breite.

Der Winkel zwischen den Meridianen zweier Erdorte entspricht am Himmel dem Unterschied zwischen dem Stundenwinkel des Zenits dieser Orte. Wir können demnach diese Winkel, die wir die Längendifferenz der Orte nennen, messen durch die Zeit, die ein Gestirn gebraucht, um von dem einen Stundenkreise zu dem andern zu gelangen, oder auch, es ist die Längendifferenz zweier Erdorte gleich der Differenz der Stundenwinkel desselben Gestirns für beide Erdorte in demselben Augenblicke. Welches Gestirn wir zu dieser Messung benutzen, ist offenbar gleichgültig; es kann ein Stern sein, oder die Sonne oder auch der Mond. Die Lage eines Punktes der Erdoberfläche ist bestimmt durch seine Breite und durch seine von einem bestimmten Anfangsmeridiane, dem Nullmeridiane, aus gezählte Länge. Der Sinn der Zählung der Längen ist nicht an sich gegeben. In der Tat sind zwei Zählweisen in Gebrauch. In der Astronomie rechnet man die Längen in der Richtung nach Westen positiv, während auf geographischen Karten die Länge meistens von dem Nullmeridiane aus nach beiden Seiten von 0° bis 180° gezählt und zwischen östlicher und westlicher Länge unterschieden wird.

Der Nullmeridian ist zu verschiedenen Zeiten verschieden angenommen. Ptolemäus legte ihn durch einen nur in der Sage bekannten Berg Aryn in Hinterindien. Später wurde der Nullmeridian durch Alexandria, Rom und schließlich durch den äußersten bekannten Punkt im Westen, die Kanarischen Inseln, gelegt und zwar von einem 1630 versammelten Kongreß durch die Insel Ferro. Dieser Meridian von Ferro ist auch heute noch vielfach in Gebrauch, wenigstens dem

Namen nach; er wird aber jetzt so gelegt, daß Paris genau unter 20° Länge liegt, während es in Wirklichkeit 20° 14′ 36″ östlich von Ferro liegt. Seit man zur Bestimmung der Längen genaue astronomische Methoden anwendet, ist es Gebrauch geworden, den Nullmeridian durch eine der Hauptsternwarten zu legen, und es waren daher bei den einzelnen Nationen verschiedene Meridiane in Gebrauch: Berlin, Paris, Greenwich, Washington sind die wichtigsten. Die gegenseitige Lage dieser Punkte ist folgende:

	Geogr. Breite	Länge von Ferro
Greenwich	+ 51° 28′ 38″	17° 39′ 46″ östl.
Paris	+ 48 50 11	20 0 0 „
Berlin	+ 52 30 17	31 3 28 „
Washington	+ 38 55 14	59 24 11 westl.

Längendifferenz gegen

	Greenwich	Paris	Berlin	Washington
Greenwich	0° 0′ 0″	+ 2° 20′ 14″	+ 13° 23′ 42″	— 77° 35′ 57″
Paris	— 2 20 14	0 0 0	+ 11 3 28	— 79 24 11
Berlin	— 13 23 42	— 11 3 28	0 0 0	— 90 27 39
Washington	+ 77 3 57	+ 79 24 11	+ 90 27 39	0 0 0

Jetzt gilt Greenwich meist als Nullpunkt.

Zur Bestimmung der Größe des Erdkörpers dienen, wie vorhin schon erwähnt, lineare Entfernungsmessungen auf der Erdoberfläche in Verbindung mit astronomischen Bestimmungen der Breiten- oder der Längendifferenz der betreffenden Punkte. Wegen der größeren Leichtigkeit der Polhöhenbestimmung ist der erstere Weg der am häufigsten angewandte. Man mißt auf der Erdoberfläche die Strecke, die einer Breitenänderung von 1° entspricht, und erhält dann durch Multiplikation mit 360 die Länge des Erdumfangs. Diese Operation wird als Gradmessung bezeichnet. In dieser Weise berechnete schon Aristoteles (340 v. Chr.) den Erdumfang zu 400 000 Stadien, indem er Beobachtungen auf Cypern mit solchen in Ägypten verband. Die erste uns überlieferte genauere

Messung wurde von Eratosthenes um 220 v. Chr. ausgeführt. Er hatte erfahren, daß in Syene (dem heutigen Assuan) die Sonne sich zur Zeit ihrer größten nördlichen Deklination in einem tiefen Brunnen spiegele, also im Zenit dieses Ortes stehe. Für die gleiche Zeit beobachtete er in Alexandria die Zenitdistanz der Sonne $= 7° 12'$. Er schloß also, daß die Entfernung dieser beiden Städte, die von den Feldmessern zu 5000 Stadien angegeben wurde, einem Bogen von $7° 12'$ des Erdumfangs entspreche. Da nun $7° 12'$ genau der 50. Teil von $360°$ ist, so folgt für den Erdumfang 250 000 Stadien und für die Länge eines Grades 694 Stadien. Die Länge eines Stadiums ist uns nun nicht mit einiger Genauigkeit bekannt. Das Stadium enthielt 600 Fuß, und man hat aus der Vergleichung von mancherlei Längenangaben in Stadien und Fuß mit der Länge derselben Distanzen in Metern geschlossen, daß ein Fuß $= 0.27$ m ist. Damit wäre der Erdumfang 40 500 000 m an Stelle von 40 000 000 m der heutigen Messungen. Eratosthenes hätte also schon eine recht gute Vorstellung von der wahren Größe der Erde gehabt.

Eine zweite Angabe finden wir 100 Jahre später bei Posidonius. Er hatte beobachtet, daß der Stern Canopus zu Rhodos eben über dem Horizonte sichtbar werde, während er zu Alexandria eine Höhe von $7° 30'$ erreichte, und berechnete nun mit der nach Eratosthenes angenommenen linearen Entfernung der beiden Orte den Erdumfang.

Ptolemäus berichtet in seinem Almagest, in dem er uns die Resultate griechischer Wissenschaft überliefert hat, daß er die Erdmessung des Eratosthenes kontrolliert habe und zu demselben Resultate gelangt sei.

Nun folgt nach einer langen Pause eine durch die Araber ausgeführte Messung. Der Kalif Al Mamum berief 827 n. Chr. mehrere Mathematiker nach Bagdad zur Ausführung einer Gradmessung. Zu gegenseitiger Kontrolle teilten die-

selben sich in zwei Gruppen und maßen, von einem Punkte beginnend, in der Richtung des Meridians die Länge eines Grades, die eine Abteilung nach Süden, die andere nach Norden zu. Das Resultat war nach der einen Messung $1° = 56$ arab. Meilen, nach der anderen $1° = 56^2/_3$ arab. Meilen. Dies Resultat, dem vermutlich eine verhältnismäßig große Sicherheit innewohnte, ist so gut wie verloren, da uns die Länge des Grundmaßes nicht überliefert ist. Es ist 1 arab. Meile = 360 Ellen zu 27 Zoll und 1 Zoll gleich der Länge, die sechs mit den Bäuchen aneinander gelegte Gerstenkörner einnehmen. Hiermit ist es nur möglich, eine ungefähre Umrechnung auf unsere heutigen linearen Maße auszuführen.

Im Mittelalter ruhte die Frage vollständig; man gab sich zufrieden mit den Angaben des Ptolemäus. Erst 1525 machte ein französischer Arzt, Fernel, einen neuen sinnreichen Versuch, die Länge des zwischen Paris und Amiens liegenden Bogens von etwa 1° zu messen, nämlich durch die Anzahl der Umdrehungen, die ein Rad seines Wagens ausführte, während er die ziemlich genau in der Richtung des Meridians laufende Straße durchfuhr. Er fand die Länge des Breitengrades zu 57 070 Toisen (1 Toise = 1.949 m). Schließlich maß 1635 Norwood mittels einer Kette die Entfernung in der Richtung des Meridians zwischen York und London, bestimmte die Breitendifferenz aus Sonnenhöhen und fand so $1° = 69^1/_2$ engl. Meil. = 57 424 Toisen. Dieses Resultat ist leider selbst in England nicht bekannt geworden, so daß Newton noch 40 Jahre später, als er den Fall des Mondes gegen die Erde berechnen wollte, mit einem ganz falschen Werte rechnete und deshalb einen seinem Gravitationsgesetze nicht entsprechenden Wert des Fallraumes fand.

Schon 20 Jahre vor Norwoods Messung, nämlich 1615, hatte der Holländer Willibrord Snellius eine neue Methode der Gradmessung eingeführt und praktisch erprobt, die,

obwohl der erste Versuch mangelhaft ausfiel, später doch allgemein angenommen wurde. Snellius wollte die Entfernung von Alkmaar, A (Fig. 6), bis Bergen op Zoom, Z, bestimmen. Er suchte sich zwischen A und Z eine Reihe von Punkten B, C, ... H, die gegenseitig sichtbar waren und die mit A und Z eine Reihe von Dreiecken, ein Dreiecksnetz, bildeten. Man mißt nun in all diesen Dreiecken die Winkel und weiter auf einem möglichst günstigen, also ebenen Terrain in der Nähe der Dreieckskette eine gerade Strecke PP′, die Basis, mit möglichst großer Genauigkeit und verbindet auch die Endpunkte P und P′ mit dem Dreiecksnetze, etwa durch die Winkel der Dreiecke PP′E und PP′B. In diesen beiden Dreiecken kennt man dann die eine Seite PP′ und die drei Winkel, man kann also die anderen Seiten PE und PB, P′B, P′E berechnen und erhält aus den Dreiecken BEP und BEP′ zwei Werte für die eine Seite BE des Dreiecksnetzes, die bei richtiger Rechnung übereinstimmen müßten. Nun ist man imstande, im Dreieck BDE aus einer Seite und den 3 Winkeln die anderen Seiten BD und DE und mit diesen wieder die sich anschließenden Dreiecke zu berechnen, so daß schließlich die Längen aller Linien in dem Dreiecksnetze bekannt werden. Man ermittelt dann noch in dem einen Endpunkte Z den Winkel, den die eine Seite, z. B. ZH, mit dem zu Z gehörenden Meridiane bildet, also das Azimut HZN. Mit Hilfe der gegebenen Winkel der Dreiecksseiten läßt sich dann auch leicht

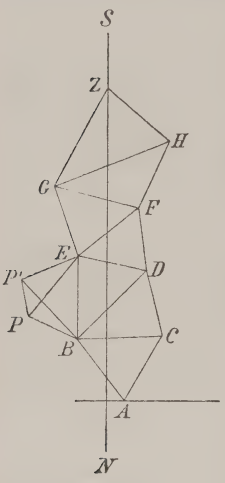


Fig. 6.

die Neigung aller Linien in dem Dreiecksnetze gegen die Linie NZS angeben und die Länge der Projektion der einzelnen Linien auf den Meridian NZ berechnen; die Summe der Projektionen der Seiten ZG, GE, EB, BA ist aber der lineare Abstand der Parallelkreise von Z und A, und dieser ergibt, verbunden mit der durch besondere Beobachtungen zu ermittelnden Breitendifferenz dieser Punkte, das gewünschte Resultat. Das auf diesem Wege abgeleitete erste Resultat des Snellius war $1° = 55\,100$ Toisen. Dasselbe war durch Fehler in den Rechnungen entstellt. Nach der Verbesserung derselben ergab sich $1° = 57\,033$ Toisen.

Nachdem so durch Snellius der Weg angegeben war, auf dem die größte Genauigkeit der linearen Messung erreichbar war, wurde etwa 50 Jahre später durch Picard, der das Fernrohr als Beobachtungsinstrument einführte und dadurch erreichte, daß die Dreiecke sehr viel größer genommen werden konnten, daß aber die Genauigkeit der Messung trotzdem eine größere war, auch die praktische Seite so weit vervollkommnet, daß seine im Jahre 1671 ausgeführte Gradmessung, die sich wieder auf den Bogen Paris-Amiens bezog, noch heute als eine der am besten gelungenen gilt.

Die weiteren technischen Fortschritte haben es in unserer Zeit ermöglicht, den Messungen eine solche Genauigkeit zu geben, daß man imstande sein müßte, den Radius der Erdkugel bis auf 1 m genau zu berechnen, wenn die Verhältnisse so einfach wären, wie wir bisher annahmen.

Auf diese Schwierigkeiten wurde man aufmerksam, als man die Messungen weiter ausdehnte und besonders, als man auf dem auf der Erdoberfläche gemessenen Bogen nicht nur für die beiden Endpunkte, sondern außerdem für Punkte zwischen ihnen die Polhöhe bestimmte. Es zeigte sich dann sehr häufig, daß die einzelnen Werte nicht miteinander übereinstimmten, daß die einzelnen Teile des Bogens zu

verschiedenen Werten für die Gradlänge führten, daß die beobachteten Breiten der zwischenliegenden Punkte verschieden waren von den Werten, die man erhält, wenn man sie aus den in den Endpunkten beobachteten Breiten und den linearen Entfernungen berechnet. Die Ursache dieser Erscheinung liegt in Ungleichheiten der Massenverteilung im Erdinnern und an der Erdoberfläche. Die Anziehung der Masse eines Gebirges z. B. bewirkt eine Abweichung der Lotrichtung. Der Zenit des Beobachtungsortes wird also durch die Beobachtungen, die sich immer auf diese Lotrichtung stützen, verschieden gefunden von dem Punkte, in welchem eine Senkrechte auf der Berührungsebene an den Erdkörper die Sphäre schneidet. Solche Lotstörungen finden sich nun sehr häufig und sind sehr schwer nachzuweisen oder zu umgehen, da wir die Massenverteilung im Erdinnern noch zu wenig kennen. Sie bilden die schlimmste Fehlerquelle bei den Gradmessungen. Als man am Ende des 17. und im Anfang des 18. Jahrhunderts die Picardsche Gradmessung Amiens-Paris über Paris hinaus nach Süden weiter fortsetzte, um das Resultat noch mehr zu sichern, da fand man aus der südlichen Strecke des ganzen Bogens einen größeren Wert für die Länge des Grades als aus der nördlichen. Die französischen Geodäten hielten ihre Messungen für so sicher, daß sie dem Resultate zwingende Beweiskraft beilegen zu können meinten, und sie behaupteten daher, daß auf dem Erdkörper die Gradlänge größer werde, wenn man sich dem Erdäquator nähere. Damit dieses stattfinden könne, durfte die Krümmung der Erdmeridiane keine gleichförmige, die Gestalt der Meridiane also kein Kreis sein. Es mußte die Krümmung an den Polen stärker sein als in der Nähe des Äquators, weil man an den Polen nur um eine kürzere Strecke auf der Kurve vorwärts zu schreiten braucht, damit die Richtung der Senkrechten zur Kurve sich um 1° ändere, als in der Nähe des Äquators. Dies tritt nur

ein, wenn der Erdkörper die Gestalt eines Ellipsoids hätte, das nach den Polen hin verlängert wäre. Dieser Folgerung widersprachen aber andere Erfahrungen. Schon 1672 hatte Richer beobachtet, daß er das Pendel seiner in Paris genau regulierten Uhr um ein Erhebliches verkürzen mußte, damit es in Cayenne, wohin er sich zur Ausführung von Beobachtungen begeben hatte, wieder im Zeitraum einer Sekunde schwinge. Physikalische Gesetze ließen daraus folgern, daß die Punkte der Erdoberfläche am Äquator weiter vom Erdmittelpunkte entfernt seien, als in der Breite Mitteleuropas, daß also die Erde ein an den Polen abgeplattetes Ellipsoid sei. Und dasselbe folgerten auch Huyghens und Newton daraus, daß die Rotation der Erde sich nicht in einer Bewegung der Körper an der Erdoberfläche äußerte. Um den daraus entstandenen wissenschaftlichen Streit zu entscheiden, sandte die französische Akademie 1735 zwei Expeditionen aus, die eine unter Bouguer und de La Condamine nach Peru, die andere unter Maupertuis und Clairaut nach Lappland mit dem Auftrage, unter den so sehr verschiedenen Breiten Gradmessungen auszuführen. Die Resultate für die Gradlänge waren: $1° = 57\,438$ Toiſ. unter der Breite $+ 66° 20'$ und $1° = 56\,734$ Toiſ. unter der Breite $- 1° 31'$. Eine Revision der Messungen in Frankreich ergab $1° = 57\,012$ Toiſ. unter der Breite $+ 45° 0'$. Damit war also der Streit dahin entschieden, daß die Gradlänge wächst, daß die Krümmung der Erdoberfläche also stärker wird, wenn man von den Polen nach dem Äquator zu geht. Es ist also der Erdkörper als ein an den Polen abgeplattetes Rotationsſphäroid zu betrachten. Der Grad der Abplattung konnte aus den eben erwähnten drei Gradmessungen nicht sicher bestimmt werden, weil die lappländische Gradmessung wegen der großen Schwierigkeiten, die in dem unwirtlichen Gebiete zu überwinden waren, keine große Genauigkeit besaß.

Im Anfange des 19. Jahrhunderts hat man sich dieser Frage wieder in erhöhtem Maße zugewendet und durch eine große Zahl zum Teil sehr ausgedehnter Gradmessungen die Gestalt des Erdkörpers zu bestimmen gesucht. Bessel hat 1842 die damals vorliegenden Gradmessungen einer genauen Bearbeitung unterworfen und aus ihnen für die Gestalt und die Dimensionen des Erdkörpers Resultate abgeleitet, die lange Zeit als die besten galten und die auch heute noch bei den geodätischen Arbeiten in der Regel zugrunde gelegt werden.

Von besonderer Bedeutung wurden diese Arbeiten, als man sich in Frankreich gegen Ende des 18. Jahrhunderts entschied, das neu einzuführende Normalmaß den Dimensionen des Erdkörpers zu entnehmen, und zwar es zu definieren durch den 10 000 000. Teil des Erdquadranten. Die Arbeiten wurden Delambre übertragen, der aus dem Bogen zwischen Dünkirchen und Barcelona die Länge des Erdquadranten zu 5 130 741 Toiſ. berechnete. Auf Grund dieser Berechnung wurde am 22. Juni 1799 ein Platinmaßstab, der in der Temperatur von 0° gleich ist der Länge von 0.513074 des bei der peruanischen Gradmessung benutzten Toisenmaßstabes, der Toise de Pérou, wenn dieser die Temperatur + 13° R hat, als das neue gesetzliche Maß, das Meter, eingeführt. Dies Maßsystem hat dann immer weitere Verbreitung gefunden und dient jetzt fast allgemein als Grundlage für wissenschaftliche lineare Messungen. Allerdings haben die späteren Messungen, wie ja vorauszusehen war, ergeben, daß das Meter seiner ursprünglichen Definition nicht genau entspricht, indem der Erdquadrant nicht genau = 10 000 000 m ist. Da die wahre Länge des Normalmeters aber durch die oben angegebene Definition völlig sicher und unzweideutig bestimmt ist, erwachsen daraus keine Schwierigkeiten.

Nach der Besselschen Bestimmung der Erddimensionen wurden um 1880 wieder Rechnungen dieser Art von Clarke

ausgeführt, die sich auf eine Anzahl sehr ausgedehnter, in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts ausgeführter Gradmessungen stützten und bezüglich der Dimensionen des Erdkörpers zu der Wahrheit erheblich näher kommenden Resultaten führten, für die Gestalt des Erdkörpers aber ein weniger gutes Resultat lieferten.

In den 60er Jahren des vorigen Jahrhunderts entstand unter der Führung von Baeyer eine Vereinigung zunächst der Staaten Mitteleuropas, die sich später zu einer solchen der europäischen Staaten und schließlich zu einer die meisten Kulturstaaten der Erde umfassenden Vereinigung, der „Internationalen Erdmessung", erweiterte und sich als Ziel die gemeinsame und einheitliche Untersuchung aller Fragen, die die Gestalt und Größe der Erde betreffen, stellte. Der Sitz des Zentralbureaus ist in Potsdam. Die Resultate, die in den letzten Jahren durch die von Helmert geleiteten Arbeiten dieses Bureaus abgeleitet sind, finden sich in der folgenden Tabelle mit den früheren Daten zusammengestellt. Die Gestalt des Erdsphäroids ist dabei, dem allgemeinen Gebrauche gemäß, angegeben durch den Wert der Abplattung, d. h. des Verhältnisses der Differenz der beiden Achsen des Rotationssphäroids zur großen Achse: $\alpha = \frac{a - b}{a}$.

Gestalt und Größe des Erdkörpers

	Bessel 1842	Clarke 1880	Helmert 1906	
Große Achse	6 377 397	6 378 249	6 378 200	Meter
Kleine Achse	6 356 079	6 356 515	6 356 818	"
Abplattung	$\frac{1}{299.15}$	$\frac{1}{293.5}$	$\frac{1}{298.3}$	
Erdquadrant	10 000 856	10 001 868	10 002 067	"

In neuerer Zeit ist zu den zur Untersuchung der Erdgestalt zu benutzenden Methoden noch eine sehr empfindliche hinzugekommen, nämlich die Pendelbeobachtungen. Die Schwingungszeit eines Pendels von gegebener Länge hängt

ab von der Größe der Anziehung am Beobachtungsorte. Man ist daher imstande, durch die Bestimmung der Schwingungszeit eines und desselben Pendels an verschiedenen Orten der Erdoberfläche die in diesen Punkten wirkenden Anziehungskräfte der Erde miteinander zu vergleichen, und da die Größe der Anziehungskraft, abgesehen von den Störungen, die durch die ungleiche Massenverteilung bewirkt werden, abhängt von der Entfernung vom Erdmittelpunkte, so hat man in diesen Pendelbeobachtungen ein sehr feines Mittel zur Untersuchung der Erdfigur. Die Methoden der Pendelbeobachtungen sind besonders in den letzten Jahrzehnten sehr entwickelt und haben eine ausgedehnte Anwendung gefunden. Diese Methode besitzt den großen Vorteil, daß sie überall leicht anzuwenden ist, während die Ausführung einer Gradmessung stets ein geeignetes Terrain erfordert. Im Jahre 1901 konnte Helmert schon Schweremessungen von 1397 Stationen sammeln, aus denen er für die Abplattung des Erdkörpers den Wert $\frac{1}{298.3}$ ableitete, wie er oben schon angegeben ist.

Endlich hat man in der jüngsten Zeit auch ein Mittel gefunden, um die Gestalt der Erdoberfläche auf dem freien Ozeane zu untersuchen mit einer Genauigkeit, die hinreicht, um die wichtigsten Fragen beantworten zu können. Dies Mittel besteht in der Verbindung von Beobachtungen des Barometerstandes und der Siedetemperatur des Wassers. Beide sind abhängig vom Luftdruck, der Barometerstand aber außerdem noch von der Erdschwere, die das Gewicht der Quecksilbersäule bestimmt, und so ist es möglich, durch die Verbindung der Beobachtungen der beiden Größen die Erdschwere zu bestimmen und auf die Entfernung des Beobachtungsortes vom Erdmittelpunkte zu schließen. Nach diesen Prinzipien sind durch Hecker größere Beobachtungsreihen auf dem Atlantischen und Stillen Ozean

ausgeführt, deren Resultate sich den Pendelmessungen gut anschließen.

Die ideale Gestalt der Erdoberfläche, die als Ergebnis aus all diesen verschiedenen Beobachtungen hervorgeht, ist eine Fläche, bei der in jedem Punkte die Senkrechte an die Oberfläche zusammenfällt mit der beobachteten Richtung der Schwere. Diese Fläche wird bezeichnet als die Geoidfläche. Sie fällt weder zusammen mit der sichtbaren Erdoberfläche, noch ist sie identisch mit der Oberfläche des regelmäßigen Rotationssphäroids, das wir als die den allgemeinen Charakter der Erdfigur wiedergebende Fläche festzuhalten haben. Die Geoidfläche erhebt sich dort, wo größere Massen an der Erdoberfläche angesammelt sind, über die Sphäroidfläche, sie sinkt dort, wo die oberflächlichen Massen geringer sind, unter dieselbe. Diese Erhebungen und Senkungen schließen sich aber durchaus nicht den Ungleichheiten der sichtbaren Erdoberfläche an, sondern es findet, wie die Beobachtung zeigt, ein weitgehender Ausgleich statt, so daß z. B. in der Schweiz das Geoid sich nur um etwa 5 m über das Ellipsoid erhebt.

3. Achsendrehung der Erde.

Wenn wir uns nach einer Erklärung für die beobachtete tägliche Bewegung der Gestirne fragen, so zwingen uns Vernunftsgründe bald, den Grund, statt in einer Umdrehung des ganzen Himmelsgewölbes um die Erde, wie das Auge sie wahrzunehmen glaubt, in der anderen Möglichkeit, einer Drehung der Erde um eine die Weltachse darstellende Achse, zu suchen. Es mußten diese Gründe ausschlaggebend und überzeugend sein, als man eine Vorstellung von den wahren Entfernungen der Sterne erlangte, die ganz unvorstellbar große lineare Geschwindigkeiten bei einem Umlauf der Sterne um die Erde ergeben würden.

Bis auf die Zeiten des Kopernikus herrschte, obwohl schon Plato erkannt hatte, daß in der Annahme der Umdrehung der Erde um eine Achse eine ausreichende Erklärung der himmlischen Erscheinungen gegeben sei, die Lehre des Ptolemäus, nach der die Erde, eben weil sie Erde, nach Empedokles das Prinzip der Ruhe repräsentierend, ist, sich in vollkommener Ruhe befand. Selbst Tycho Brahe, einer der größten Astronomen der Kopernikanischen Zeit, machte gegen die Achsendrehung der Erde den für uns, die wir mit dem Prinzip der Trägheit vertraut sind, lächerlichen Einwand, daß, wenn die Erde sich mit der von Kopernikus geforderten Geschwindigkeit um ihre Achse drehe, ein Vogel, der von seinem Neste aufflöge, dieses nicht wiederfinden würde, weil es in wenigen Sekunden um viele Meilen fortgerückt sein würde. Zur Widerlegung forderte er, man solle einen Stein aus großer Höhe herabfallen lassen. Drehe sich die Erde, so müßte der Stein westlich von dem in der Vertikalen des Ausgangspunktes des Falles liegenden Punkte der Erdoberfläche aufschlagen. Erst Newton zeigte, daß in Wirklichkeit, weil dem höhergelegenen Punkte eine größere Geschwindigkeit innewohne, er sich also schneller nach Osten zu bewegen müsse als der Punkt der Erdoberfläche, der Stein östlich von dem senkrecht unter dem Ausgangspunkt liegenden Punkte anlangen müßte. Neuere Versuche, dieses nachzuweisen, wurden 1791 von Guglielmini in Bologna und 1802 von Benzenberg in Hamburg gemacht. Sie führten zu nicht ganz befriedigenden Resultaten, da die beobachtete Abweichung zwar dem Betrage nach, nicht aber der Richtung nach mit der Rechnung übereinstimmte. Weitere Versuche wurden 1804 von Benzenberg in einem Schachte zu Schlebusch in der Mark, 1832 von Reich in einem 160 m tiefen Schachte zu Freiberg, in neuerer Zeit noch wieder am Eiffelturm in Paris ausgeführt und ergaben Resultate, die sich der Rechnung völlig anschlossen und die

Richtigkeit der Voraussetzung einer Rotation der Erde bewiesen.

Eine zweite Form, in welcher sich die Rotation der Erde verrät, ist ihr Einfluß auf horizontale Bewegungen an der Erdoberfläche. O, Fig. 7, sei ein Punkt an der Erdoberfläche, der, vorausgesetzt daß die Erde sich um ihre Achse drehe, nach Verlauf einer bestimmten Zeit die Lagen O′, O″ auf dem Parallelkreise einnehmen möge. Wenn wir im Punkte O die Richtung der Mittagslinie, d. h. der den Erdkörper in O berührenden, in der Ebene des Meridians liegenden Geraden zeichnen, so muß diese Gerade die verlängerte Erdachse in einem Punkte Q treffen, weil ja auch die Erdachse in der Meridianebene liegt. Durch diesen Punkt Q gehen dann aber auch die Richtungen der Mittagslinie der Punkte O′, O″, da die Linie OQ, wenn wir das Dreieck OEQ um EQ drehen, immer eine Berührungslinie an den Erdkörper bleibt und dabei der Punkt O den Parallelkreis OO′O″ beschreibt. Wenn wir nun in O einem Teilchen eine Bewegung in der Richtung OA erteilen und keine weitere seitliche Kraft auf das Teilchen einwirkt, so wird es die ihm ursprünglich erteilte Bewegung beibehalten, bis es zur Ruhe kommt. Wäre die

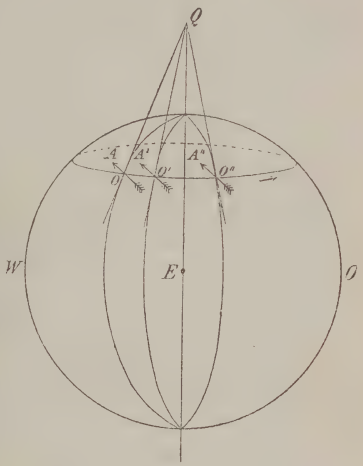


Fig. 7.

Erde in Ruhe, so würde die Bewegung mit der Richtung OQ stets denselben Winkel einschließen; wenn die Erde sich aber dreht, so geht der Winkel AOQ über in A′O′Q, dann in A″ O″Q, und man sieht aus der Figur sofort, daß eine Drehung der Richtung der Bewegung nach Osten zu, also in der Richtung des wachsenden Azimuts in die Erscheinung treten muß. Bei einer nach Süden zu gerichteten Bewegung entsteht, wie gleichfalls aus der Figur leicht zu ersehen, eine Drehung nach Westen, also wieder in der Richtung des wachsenden Azimuts.

Es gibt mancherlei Erscheinungen, in denen diese Ablenkung der Bewegungsrichtung sich zu erkennen gibt. Sie zeigt sich in den Strömungen in der Lufthülle der Erde, in denen der großen Ozeane, man hat auch ihre Spuren zu erkennen geglaubt in der Einwirkung des Wassers der Flußläufe auf die Ufer. Flüsse, deren Lauf in der Richtung der Mittagslinie liegt, müßten eine stärkere Einwirkung der nagenden Kraft des Wassers auf dem rechten Ufer zeigen, und das wird auch durch die Beobachtung bestätigt.

Der überzeugendste Beweis der Drehung der Erde ergibt sich aber aus der Beobachtung der Schwingungen eines Pendels. Wenn man die Aufhängung eines solchen so konstruiert, daß das Pendel sich völlig frei drehen kann, so daß keine Kraft auf das Pendel wirkt, die es hindert, seine Drehungsebene gegen die die Aufhängung tragenden Stützen zu ändern, und nun das Pendel ohne jeden seitlichen Stoß in Schwingungen versetzt, so sieht man, daß die Schwingungsebene sich langsam, in unseren Breiten stündlich um 11°—12°, in der Richtung des wachsenden Azimuts dreht. Die Größe der Drehung hängt ab von der Breite des Beobachtungsortes. Am Äquator, wo die Meridiane der Punkte O, O′, O″, Fig. 7, einander parallel sind, der Schnittpunkt Q ins Unendliche gerückt ist, ist die Drehung überhaupt nicht vorhanden; am Pole, wo die Richtung

jedes der Meridiane im Verlaufe eines Tages einen vollen Umkreis durchläuft, wäre die stündliche Drehung = 15°.

Die ersten gelungenen Versuche, auf diesem Wege die Rotation der Erde anschaulich zu machen, sind 1851 von Foucault im Pantheon in Paris ausgeführt. Das zugrunde liegende Prinzip war aber schon weit früher bekannt. Bei dem großen Interesse, das den Versuchen entgegengebracht wurde, sind sie später unter den verschiedensten Breiten ausgeführt, und überall hat sich eine hinreichende Übereinstimmung der Beobachtung mit den aus der Annahme einer Rotation der Erde folgenden Werten gezeigt. Ebenso wie das schwingende Pendel seine Schwingungsebene beibehält, bewahrt auch ein rotierender Kreisel die Lage seiner Rotationsebene, und daher läßt sich auch an einem solchen (Gyroskop) die Drehung der Erde sichtbar machen.

Lange bevor es aber möglich war, durch die beschriebenen Versuche die Drehung der Erde um eine Achse direkt nachzuweisen und dem Auge sichtbar zu machen, war dieselbe theoretisch dadurch erwiesen, daß alle Folgerungen, die man auf Grund der Annahme der Achsendrehung zog, durch die Beobachtung bestätigt wurden. An der Oberfläche der rotierenden Erde stehen die Massenteilchen unter dem Einflusse zweier Kräfte: der Anziehung und der aus der Drehung folgenden Fliehkraft. Am Äquator wirken beide Kräfte einander genau entgegen, und die Wirkung der Fliehkraft äußert sich in einer Verringerung der Schwere; an den Polen verschwindet die Fliehkraft, und wir beobachten die Anziehungskraft allein. In den mittleren Breiten aber zerlegt sich die Fliehkraft in zwei Komponenten. Die eine fällt in die Richtung der Schwere und vermindert dieselbe, die andere fällt in die zur Vertikalen senkrechte Richtung, d. h. in die Richtung des Horizontes, und zwar ist sie, wie aus Fig. 8 ersichtlich, nach dem Äquator zu gerichtet. Hiernach müßte also allen Punkten an der Erd-

oberfläche eine aus der Rotation der Erde folgende, sie äquatorwärts treibende Kraft innewohnen, die in den Zeiten, als die Erde noch keine feste Kruste hatte, eine Massenanhäufung am Äquator, also eine Abplattung des Erdkörpers erzeugt haben würde. Die aus Fliehkraft und Schwerkraft nach dem Parallelogramm der Kräfte resultierende Kraft fällt bei der Kugel, Fig. 8, ihrer Richtung nach nicht mit der Senkrechten an die

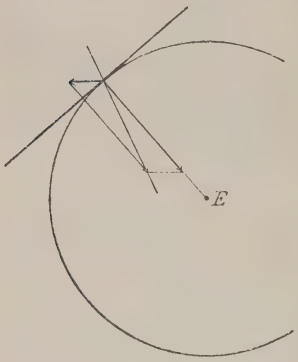


Fig. 8.

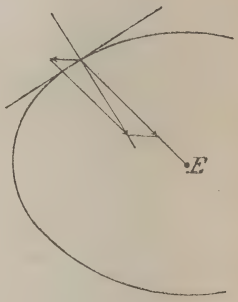


Fig. 9.

Oberfläche zusammen und wird also auch durch den Widerstand der Unterlage nicht ganz aufgehoben, es bleibt eine nach dem Äquator gerichtete Kraft übrig. Hat dagegen der meridionale Schnitt durch die Erde eine elliptische Gestalt, Fig. 9, so kann das Verhältnis der Achsen oder die Abplattung der Erde derart bestimmt werden, daß die Resultierende aus Fliehkraft und Schwerkraft in die Richtung der Vertikalen fällt und sich also nur als Druck auf die Unterlage äußert. Daraus, daß wir an der Erdoberfläche keinerlei Wirkungen der Fliehkraft erkennen, müssen wir schließen, daß, wenn die Erde rotiert, ihre Gestalt

die eines abgeplatteten Rotationssphäroids sein muß, und wir könnten die Größe der Abplattung genau berechnen, wenn wir die Massenverteilung im Erdinnern kennen würden. Diese Kenntnis besitzen wir nicht, aber es läßt sich doch auch ohne dieselbe auf theoretischem Wege ein bestimmter, zuerst von Clairaut nachgewiesener Zusammenhang zwischen der Schwerkraft, der Fliehkraft und der Abplattung ableiten, und das Resultat kann durch Beobachtungen der Schwerkraft mit Hilfe des Pendels geprüft werden. Die Beobachtungen befinden sich auch hier in vollkommener Übereinstimmung mit der Theorie.

Wenn wir damit die Drehung der Erde um eine Achse als eine erwiesene Tatsache ansehen, so entsteht die weitere Frage, ob die Achse, um welche die Drehung erfolgt, immer dieselbe Lage im Erdkörper gehabt hat, d. h. ob die Breiten der Punkte der Erdoberfläche unveränderliche Größen sind oder ob sie Änderungen oder Schwankungen ausgesetzt sind.

Man hat bekanntlich unter hohen Breiten Reste von Pflanzen und Tieren gefunden, die die Annahme nahelegen, daß in jenen Gegenden einst ein Klima geherrscht habe, wie wir es jetzt in Oberägypten vorfinden. Zur Erklärung könnte man die Annahme machen, daß eine plötzliche oder allmähliche Änderung der Lage der Rotationsachse im Erdkörper um etwa 40° vor sich gegangen sei als Folge großer Änderungen in der Massenverteilung im Erdinnern. Diese Änderungen müßten sehr große sein, da, wie G. H. Darwin gezeigt hat, eine völlige Vertauschung der jetzigen Verteilung der Land- und Wassermassen nur eine Änderung von 3° in der Richtung der Achse bewirken würde. Es wäre aber eine so große Änderung der Lage der Achse vielleicht eher möglich, wenn, wie Wiechert annimmt, die Erde aus einem Kern von großer Dichtigkeit und einem darüber gelagerten, verhältnismäßig dünnen Steinmantel bestände, der leichter Verschiebungen ausgesetzt wäre.

Im Altertum und noch im Mittelalter glaubte man solche Verlagerungen der Erdachse an den beobachteten Breiten von Erdorten, allerdings nur in Größe von einigen Bogenminuten nachweisen zu können. Die verfeinerte Beobachtungskunst schränkte die Größe der möglichen Schwankungen aber immer mehr ein, und im Beginn des vorigen Jahrhunderts galt die

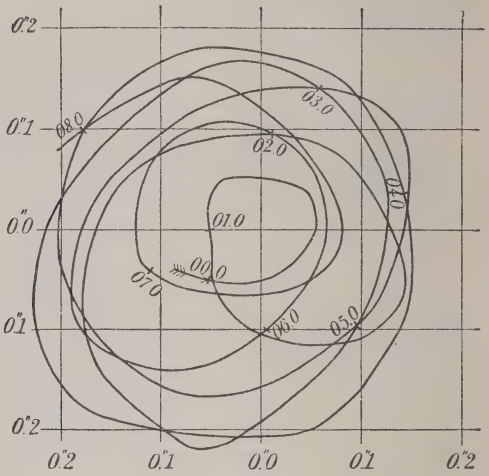


Fig. 10.

Unveränderlichkeit der Polhöhe als eine feststehende Tatsache. Später tauchten aber doch wieder Zweifel auf, und schließlich gelang es Küstner nachzuweisen, daß im Herbste 1884 die Polhöhe von Berlin um 0″.2 bis 0″.3 größer gewesen sein müsse als im Frühjahr 1884 und 1885. Aus der schon von Euler entwickelten Theorie der Rotation eines Ellipsoids folgt nun, daß, wenn in irgend einem Augenblicke die Achse, um

welche die Rotation erfolgt, nicht zusammenfällt mit der Hauptträgheitsachse, d. h. der Rotationsachse der Figur des Ellipsoids, der Zielpunkt der Drehungsachse um den Zielpunkt der Hauptträgheitsachse einen Kreis mit gleichförmiger Geschwindigkeit in einem Zeitraum von 304 Tagen durchlaufen muß bei den für den Erdkörper gegebenen Werten des Verhältnisses der Achsen und der Umdrehungszeit. Wegen der ungleichen Verteilung der Ländermassen an der Erdoberfläche müssen nun schon klimatische Verhältnisse, z. B. die jährliche Ablagerung und Wiederhinwegnahme großer Schnee- und Eismassen, kleine jährliche Schwankungen der Trägheitsachse des Erdkörpers bewirken, und es läßt sich zeigen, daß solche Schwankungen in verstärktem Maße in die Polbewegung eingehen können. Vorläufig ist es aber noch nicht möglich, den Vorgang theoretisch völlig aufzuklären, und es bleibt nur die Verfolgung der Bewegung des Poles durch die Beobachtung übrig. In der beistehenden Fig. 10 ist die aus den Beobachtungen berechnete Lage des Poles für die Zeit von 1900.0 bis 1908.0 dargestellt nach der Berechnung des Geodätischen Instituts in Potsdam. Die größte lineare Abweichung des Poles der Rotationsachse der Erde von seiner mittleren Lage beträgt in diesem Zeitraum an der Erdoberfläche noch nicht einmal 10 m, ist also für die Verhältnisse des Lebens an der Erdoberfläche ganz bedeutungslos.

4. Von der Atmosphäre.

Die Erde ist mit einer Lufthülle oder Atmosphäre umgeben. Die Darstellung der Eigenschaften derselben und der Vorgänge in ihr ist Aufgabe der Meteorologie. Wegen der Bedeutung, die einzelne Eigenschaften der Atmosphäre für die Astronomie haben, müssen dieselben hier aber kurz erwähnt werden.

Die Luft ist ein Gasgemenge von Sauerstoff und Stickstoff mit geringen Beimengungen anderer Gase. Es schweben in

derselben aber stets Wasserdampf und Staubteilchen. Die Dichte der Luft nimmt von der Erdoberfläche aus beständig ab. Aus dieser Konstitution der Atmosphäre folgen als wichtigste Eigenschaften für die Astronomie die Brechung, Reflexion und Absorption der Lichtstrahlen.

Ein Lichtstrahl, der aus einem dünneren Mittel, etwa Luft, in ein dichteres, etwa Wasser, übergeht, erleidet an der Trennungsfläche der beiden Mittel eine Ablenkung von seinem geradlinigen Wege. Wenn wir in dem Punkte, wo der Strahl die Trennungsfläche trifft, die Senkrechte zu der Fläche errichten, so liegt die Richtung des Lichtstrahls im dichteren Mittel näher an der Senkrechten als im dünneren, außerdem liegt der Lichtstrahl nach der Brechung mit der Senkrechten und mit seiner Richtung vor der Brechung in einer Ebene; die Größe der Richtungsänderung des Strahls ist abhängig vom Verhältnis der Dichten der beiden Mittel. Hiernach muß auch ein Lichtstrahl, der von außen in die Atmosphäre eindringt, die wir uns aus einer großen Zahl dünner Schichten, deren Dichte von der Erdoberfläche aus langsam abnimmt, bestehend vorstellen können, eine gebrochene Linie beschreiben, und seine Richtung muß dort, wo er die Erdoberfläche erreicht, der Vertikalen näher liegen, als im ersten Teile seines Weges in der Atmosphäre (Fig. 11). Wir glauben den Stern aber in derjenigen Richtung zu sehen, in welcher der Strahl schließlich unser Auge trifft, und daraus folgt, daß unsere Beobachtungen uns alle Sterne in zu kleiner Zenitdistanz oder in zu großer Höhe zeigen. Diese Erscheinung heißt die astronomische Refraktion. Der Betrag der Refraktion ist im Zenit = 0,

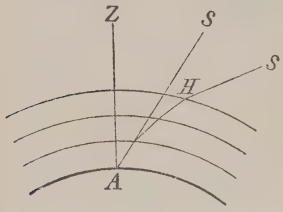


Fig. 11.

weil hier der Strahl alle Trennungsschichten senkrecht durchschneidet, sie wächst mit der Zenitdistanz und erreicht ihren größten Wert von 35′ im Durchschnitt im Horizonte. Der Betrag der Refraktion ist aber auch bei gleicher Höhe noch abhängig von dem die Höhe und die Dichte der Atmosphäre über dem Beobachtungsorte messenden Luftdruck, von der Temperatur und von dem Feuchtigkeitsgehalte der Luft. Der Astronom bedient sich bei seinen Beobachtungen ausführlicher Tafeln, aus denen er die dem jeweiligen Zustande der Luft und der Zenitdistanz des beobachteten Gestirns entsprechende Refraktion entnimmt und zu dem beobachteten Werte der Zenitdistanz hinzufügt, wodurch also die Beobachtungen von dem Fehler befreit werden.

Die Reflexion des Lichtes an den Wasserbläschen und den Staubpartikelchen der Atmosphäre ruft zunächst das diffuse Tageslicht hervor; ohne dieselbe würde nur dort Helligkeit herrschen, wohin die direkten Sonnenstrahlen dringen. Die Reflexion erzeugt aber zweitens noch die Erscheinung der Dämmerung. Ohne die Reflexion würde, sobald die Sonne so weit unter den Horizont gesunken ist, daß auch unter Berücksichtigung der Refraktion kein Strahl derselben mehr in unser Auge gelangen kann, unmittelbar völlige Dunkelheit eintreten. Statt dessen findet in Wirklichkeit ein allmählicher Übergang von der Tageshelle zum nächtlichen Dunkel statt. Wenn die Sonne sich dem Horizonte nähert, so wird ihr Glanz, weil die Strahlen in der Atmosphäre einen erheblich größeren Weg als bei hohem Sonnenstande zurückzulegen haben, schon bedeutend abgeschwächt. Ist dann die Sonne ganz unter dem Horizonte verschwunden, so erleuchtet sie zunächst doch noch die ganze Atmosphäre und erzeugt durch Reflexion eine Helligkeit, deren Intensität mehr und mehr abnimmt. In dem Augenblicke, wenn die Sonne am Westhimmel verschwindet, sehen wir am Osthimmel ein dunkles

Segment auftauchen und höher und höher steigen. Es ist das der Schatten des Erdkörpers in seiner eigenen Atmosphäre. Wenn (Fig. 12) die Sonne so weit unter den Horizont gesunken ist, daß kein Strahl mehr in den über dem Horizonte HH' des Beobachters in A liegenden Teil der Atmosphäre gelangen kann, so kann auch durch einfache Reflexion kein Licht mehr in das Auge des Beobachters treten. Die Sonne steht dann in der Richtung HBS. Da sie dann noch den über dem Horizont von B liegenden Teil der Atmosphäre erleuchtet, so können durch doppelte Reflexion auch jetzt noch Lichtstrahlen in das Auge bei A eintreten, und es schließt sich also an die durch einfache Reflexion erzeugte erste Dämmerung eine durch doppelte Reflexion erzeugte zweite Dämmerung an. Ihr würde eine dritte Dämmerung folgen, doch ist diese schon von so geringer Intensität, daß man das Ende der Dämmerung überhaupt als zusammenfallend mit dem Ende der zweiten Dämmerung ansehen kann.

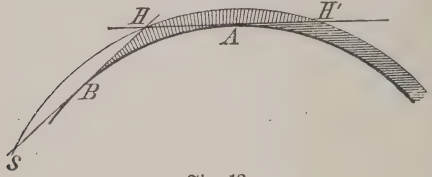


Fig. 12.

Nach der Beobachtung tritt das Ende der Dämmerung ein in dem Augenblicke, in welchem die Sonne 16° unter den Horizont gesunken ist. Man nennt dieses das Ende der astronomischen Dämmerung und unterscheidet davon die bürgerliche Dämmerung, welche vom Sonnenuntergange reicht bis zu dem Zeitpunkte, in dem die Sonne um 6° unter den Horizont und damit die Helligkeit so weit gesunken ist, daß man ohne künstliche Beleuchtung nichts mehr erkennt.

Der Durchgang des Lichtes durch die Atmosphäre ist drittens mit einer Abschwächung, Absorption, verbunden, infolge deren uns die Gestirne lichtschwächer erscheinen, als es ohne das Dazwischentreten der Atmosphäre der Fall sein würde. Für die hier zu besprechenden Verhältnisse ist die Absorption ohne Bedeutung; sie ist aber von großer Wichtigkeit für die auf die scheinbare Helligkeit der Sterne sich stützenden Untersuchungen und wird dort zu berücksichtigen sein.

II. Die Erde in ihrem Verhältnis zur Sonne.

5. Jährliche Bewegung.

Die erste Wahrnehmung, die wir hinsichtlich der Bewegung der Sonne machen, besteht darin, daß wir bemerken, daß der Anblick des gestirnten Himmels zu verschiedenen Zeiten des Jahres ein verschiedener ist. Beobachten wir die Stellung der Sterne täglich zu einer bestimmten Zeit, etwa um Mitternacht, so finden wir täglich andere Sterne im Meridian und erkennen, daß alle Sterne von Tag zu Tag um eine bestimmte Strecke nach Westen zu fortzurücken scheinen. Da nun bei den angenommenen Beobachtungsverhältnissen die Sonne stets dieselbe Lage zum Beobachter hätte — sie wäre stets in der unteren Kulmination — so müssen wir schließen, daß sich die Sonne gegen die Sterne täglich um eine gewisse Größe in östlicher Richtung verschiebt. Bestimmen wir die Größe der Verschiebung mit Hilfe einer Uhr, die so reguliert ist, daß sie innerhalb des zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen desselben Sternes liegenden Zeitraums um 24 Stunden fortschreitet, indem wir die Zeiten des Durchgangs der Sonne durch den Meridian feststellen, so ergibt sich, daß zwei aufeinander folgende Kulminationen der Sonne im Mittel um $24^h\,3^m\,56^s.555$ voneinander abstehen. Die Sonne bewegt sich also täglich um $3^m\,56^s.555$ oder nahe 1° nach Osten

zu. Beobachtet man neben der Sonne täglich auch die Zeit der Kulmination eines bestimmten Sternes und leitet daraus den Unterschied der Stundenwinkel beider ab, mißt außerdem die Höhe der Sonne im Augenblicke der Kulmination und leitet daraus mit Hilfe der Äquatorhöhe nach Seite 15 die Deklination ab, so kennt man die Stellung der Sonne an der Sphäre in bezug auf den ausgewählten Stern. Man kann dann die erhaltenen Sonnenörter auf einen Globus auftragen und erkennt, daß die jährliche scheinbare Bahn der Sonne ein den Äquator in zwei einander gegenüberliegenden Punkten schneidender, gegen denselben geneigter Kreis ist. Da die Alten bemerkten, daß Verfinsterungen des Mondes nur dann eintraten, wenn er sich in dieser scheinbaren Sonnenbahn befand, gaben sie derselben den Namen Ekliptik, nach der griechischen Bezeichnung für Verfinstern. Die Schnittpunkte der Ekliptik mit dem Äquator werden, weil bei dieser Stellung der Sonne ihr Tag- und Nachtbogen einander gleich sind, Punkte der Tag- und Nachtgleichen oder auch die Äquinoktialpunkte genannt. In dem einen Äquinoktialpunkte, in welchem die Sonne von der südlichen Seite des Äquators auf die nördliche übertritt, befindet sie sich um den 21. März. Er wird bezeichnet als der Frühlingspunkt oder auch der Widderpunkt, weil er zur Zeit der Einführung der Sternbilder in das Sternbild des Widders fiel. Der zweite Punkt, in welchem die Sonne um den 22. September steht, wird der

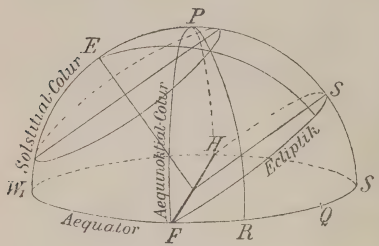


Fig. 13.

Herbst- oder Wagepunkt genannt. Die Punkte der Sonnenbahn, die der größten nördlichen bzw. südlichen Deklination der Sonne entsprechen, heißen die Solstitialpunkte. Die Sonne befindet sich in denselben am 21. Juni bzw. 21. Dezember. Die Deklination der Sonne in diesen Punkten, die die Neigung der Ebene der Ekliptik gegen die des Äquators mißt, nennt man die Schiefe der Ekliptik. Sie beträgt 23° 27′. Wenn die Sonne sich auf der nördlichen Seite des Äquators befindet, also zwischen dem 21. März und dem 22. September, ist auf der nördlichen Erdhälfte ihr Tagbogen größer als ihr Nachtbogen; umgekehrt ist zwischen dem 22. September und dem 21. März der Nachtbogen bei uns größer als der Tagbogen, die Sonne verweilt längere Zeit unter als über dem Horizonte.

Den Stundenkreis der Äquinoktialpunkte nennt man den Äquinoktialkolur, denjenigen der Solstitialpunkte den Solstitialkolur. Da der Solstitialkolur die Ekliptik senkrecht durchschneidet, so muß er auch über den Pol der Ekliptik gehen. Er verbindet also den Pol des Äquators mit dem Pole der Ekliptik.

Da der Stand der Sonne das ganze Leben auf der Erde reguliert, so hat man ihrem Laufe schon von alters her das größte Interesse entgegengebracht und hat zur Erleichterung der Angaben die Ekliptik in 12 gleiche Teile, jeden von 30° Länge geteilt und diese Teile benannt nach den Sternbildern, in welche sie fielen. Die einzelnen Teile werden auch Zeichen genannt und sie werden durch Symbole bezeichnet, die an das Sternbild erinnern. Die 12 Zeichen mit den Symbolen sind, vom Frühlingspunkte beginnend, folgende:

Widder ♈, Stier ♉, Zwillinge ♊, Krebs ♋,
Löwe ♌, Jungfrau ♍, Wage ♎, Skorpion ♏, Schütze ♐,
Steinbock ♑, Wassermann ♒, Fische ♓.

Das Zeichen des Widders umfaßt die ersten 30° der Ekliptik, vom Frühlingspunkte beginnend, das Zeichen des Stieres die nächsten 30° usw.

Die genaue Festlegung der scheinbaren Bahn der Sonne war von jeher eine der vornehmsten Aufgaben der Astronomen, und man hat sich deshalb schon sehr frühzeitig bemüht, die Stellung der Sterne in bezug auf die Sonnenbahn zu ermitteln. Man bestimmte in analoger Weise, wie bei den Seite 8 behandelten Methoden, den senkrechten Abstand des Sternes von der Ekliptik, der als die Breite bezeichnet wird. Es ist das also der zwischen dem Orte des Sternes und der Ekliptik liegende Bogen eines über den Sternort gezogenen, von einem Pole der Ekliptik zum anderen führenden Kreises. Diese Kreise werden Breitenkreise, die der Ekliptik parallel laufenden Kreise auch hier wieder Parallelkreise genannt. Die Länge ist dann der auf der Ekliptik gezählte Bogen vom Frühlingspunkt bis zu dem Breitenkreise des betreffenden Sterns. Die Breite wird unterschieden als nördliche oder positive (+) und südliche oder negative (—) und nach beiden Seiten der Ekliptik von 0° bis 90° gezählt; die Länge wird im Sinne der scheinbaren Bewegung der Sonne, also in einer der Bewegung des Uhrzeigers entgegengesetzten Richtung von 0° bis 360° gezählt. Während die der Länge analogen Bögen, Azimut und Stundenwinkel, geknüpft sind an die dem Einflusse der täglichen Bewegung der Gestirne unterworfene Richtung der Mittagslinie und deshalb mit der Zeit und mit dem Beobachtungsorte sich ändern, ist die Länge diesem Einflusse entrückt, ist also für alle Beobachter in demselben Zeitpunkte dieselbe. Es liegt nun nahe, diese wichtige Eigenschaft der auf der Ekliptik gezählten Länge auch zu übertragen auf die auf dem Äquator gezählten Stundenwinkel. Das ist denn auch in der Tat geschehen; man nennt den auf dem Äquator gezählten Bogen zwischen dem Frühlingspunkte und dem

Stundenkreise eines Gestirns die Rektaszension desselben. Die Rektaszension wird in demselben Sinne wie die Länge, also wachsend nach Osten zu gezählt. Um die Beziehung zwischen der Rektaszension und dem Stundenwinkel zu erkennen, wollen wir annehmen, es sei Q (Fig. 13) der im Augenblicke der Beobachtung in oberer Kulmination befindliche Punkt des Äquators. Dann ist QF der Stundenwinkel des Frühlingspunktes, QR der Stundenwinkel des Gestirns und FR die Rektaszension des Gestirns. Wir erhalten also die Regel: Die Differenz Stundenwinkel des Frühlingspunktes weniger Stundenwinkel des Gestirns ist die Rektaszension des Gestirns.

Wir haben nun vier verschiedene Methoden kennen gelernt, um die Lage eines Punktes an der Sphäre durch zwei zueinander senkrechte Bogen zu bestimmen. Diese Bogen werden bezeichnet als Koordinaten. Übersichtlich zusammengestellt sind die vier Systeme folgende:

Grundebene und Ausgangspunkt	Bestimmungsstücke
1. Veränderliche Koordinaten	
Horizont und Südpunkt	Azimut und Höhe
Äquator und kulminier. Pkt. d. Äqu.	Stundenwinkel und Deklination
2. Absolute Koordinaten	
Äquator und Frühlingspunkt	Rektaszension und Deklination
Ekliptik „ „	Länge und Breite

Die beiden ersten Systeme sind der direkten Beobachtung zugänglich, die beiden anderen werden aus ihnen abgeleitet. Dazu hat man nötig für das dritte System den Stundenwinkel des Frühlingspunktes, für das vierte außerdem die Schiefe der Ekliptik.

6. Die Zeiteinteilung.

Wir sahen schon an einer früheren Stelle (Seite 11), daß die mit vollkommener Gleichförmigkeit erfolgende scheinbare tägliche Bewegung der Gestirne das uns von der Natur

gegebene Mittel zur Zeiteinteilung ist. Wir nannten den zwischen zwei aufeinander folgenden oberen Kulminationen eines Sternes liegenden Zeitraum einen Sterntag und teilten ihn in 24 Stunden zu je 60 Minuten, deren jede wieder 60 Sekunden enthält. Um auf dieser Grundlage eine fortlaufende Zeitzählung zu erhalten, handelt es sich jetzt nur noch um die Wahl des Ausgangspunktes der Zählung. Dieser Ausgangspunkt mußte in einen ausgezeichneten Punkt der Sonnenbahn gelegt werden wegen der Bedeutung der Sonne für alles Leben auf der Erde. Es ist deshalb der Frühlingspunkt ausgewählt worden. Die Sternzeituhr zeigt also $0^h\,0^m\,0^s$ im Augenblicke der oberen Kulmination des Frühlingspunktes, und die Sternzeit ist gleichbedeutend mit dem Stundenwinkel des Frühlingspunktes. Da der Frühlingspunkt aber auch der Anfangspunkt der in entgegengesetzter Richtung wie die Stundenwinkel gezählten Rektaszension ist, so ist die Sternzeit auch gleichbedeutend mit der Rektaszension der gerade in oberer Kulmination befindlichen Gestirne oder auch des Zenits. Die Lage des Frühlingspunktes selbst kann man natürlich nur durch Beobachtungen der Sonne ermitteln, und zwar hat man den Augenblick zu bestimmen, in welchem die Sonne auf ihrer scheinbaren Bahn am Himmel den Aquator passiert. Diese Beobachtung hat nun schon im Altertum zu der Erkenntnis geführt, daß der Frühlingspunkt keine feste Lage am Himmel, sondern eine langsame Bewegung hat. Diese Bewegung des Frühlingspunktes, die wir später noch näher zu besprechen haben werden, ist uns durch die Beobachtungen von Jahrtausenden und durch theoretische Forschungen genau bekannt, so daß aus derselben keinerlei Unsicherheit entspringt. Die Bewegung ist übrigens so klein, daß sie nur für die genauen astronomischen Beobachtungen Bedeutung hat.

Die in dieser Weise regulierte Sternzeit kann nun aber für das gewöhnliche Leben in seiner innigen Verknüpfung mit der

Sonne keine Verwendung finden. Für dieses muß der Stand der Sonne maßgebend sein. Die durch die Sonne regulierte Zeit heißt die wahre Sonnenzeit. Der wahre Sonnentag beginnt im Augenblicke der oberen Kulmination des Sonnenmittelpunktes. Infolge der scheinbaren Bewegung der Sonne in der Ekliptik in östlicher Richtung ist nun aber die Zeit, die zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen der Sonne liegt, länger als die Zeit zwischen zwei Kulminationen eines Sternes, und die Beobachtung lehrt, daß diese Differenz für verschiedene Stellungen der Sonne in ihrer Bahn verschieden ist und um den mittleren Wert $3^m\,56^s.555$ periodisch schwankt, als Folge einer ungleichförmigen Bewegung der Sonne in ihrer Bahn. Die Länge des wahren Sonnentages ist deshalb eine verschiedene, und die durch die Stellung der Sonne regulierte Zeit entspricht nicht den Forderungen, die wir stellen müssen. Deshalb hat man zum Zwecke der Zeiteinteilung die wahre Sonne durch eine gedachte Sonne ersetzt, welche sich mit gleichmäßiger Geschwindigkeit im Äquator bewegt und sich der wahren Sonne so nahe wie möglich anschließt. Der Ort dieser gedachten oder mittleren Sonne wird so bestimmt, daß man zunächst an die Stelle der sich mit ungleichförmiger Geschwindigkeit in der Ekliptik bewegenden Sonne eine sich gleichförmig in der Ekliptik bewegende Sonne setzt, die mit der wahren zusammenfällt im Augenblicke der größten täglichen Bewegung (1. Januar). Mit dieser fällt nun die mittlere Sonne zusammen im Augenblicke des Durchganges durch den Frühlingspunkt, und es ist also die Rektaszension der mittleren Sonne gleich der Länge der wahren Sonne unter der Voraussetzung, daß die Bewegung dieser letzteren gleichförmig sei. Die in dieser Weise durch die gedachte mittlere Sonne regulierte Zeit nennt man die mittlere Zeit. Hiernach kann also die Bezeichnung ein Tag drei verschiedene Bedeutungen haben:

Der Sterntag ist die Zeit zwischen 2 Meridiandurchgängen des Frühlingspunktes.

Der wahre Sonnentag ist die Zeit zwischen 2 Meridiandurchgängen der wahren Sonne.

Der mittlere Tag ist die Zeit zwischen 2 Meridiandurchgängen der gedachten Sonne.

Der Sterntag und der wahre Sonnentag können durch die Beobachtung selbst bestimmt, ihre Einteilung durch die Beobachtung kontrolliert werden, da ja die wahre Zeit nach ihrer Definition gleich ist dem Stundenwinkel der wahren Sonne, die Sternzeit dagegen gleich ist dem Stundenwinkel des Frühlingspunktes. Der mittlere Tag andererseits wird nur durch die Rechnung nach Beginn und Teilung gefunden. Der Sterntag und der mittlere Sonnentag sind unveränderlich wegen der gleichförmigen scheinbaren Bewegung der Sterne und der gedachten Sonne. Der wahre Sonnentag aber ist veränderlich wegen der Ungleichheiten der scheinbaren Bewegung der Sonne in der Ekliptik. Der mittlere Tag beginnt im astronomischen Gebrauche im Augenblicke der oberen Kulmination der gedachten mittleren Sonne, d. i. der Augenblick des bürgerlichen Mittags. Mit Beginn des Jahres 1925 ist auch in der Astronomie eine mit der bürgerlichen Zeit für Greenwich identische Zeitzählung eingeführt, die Weltzeit. 0^h Weltzeit entspricht dem Augenblicke der Mitternacht für den Meridian von Greenwich. Der Astronom teilt die Tage ein in 24 Stunden; im bürgerlichen Leben wird der mittlere Tag in zweimal 12 Stunden eingeteilt, und es wird Vormittag (a. m. = ante meridiem) und Nachmittag (p. m. = post meridiem) unterschieden. Es ist also z. B. 9. September 8^h a. m. bürgerliche Zeit = 8. September 20^h mittlere Zeit nach astronomischer Bezeichnung.

Den Unterschied zwischen der wahren Sonnenzeit und der mittleren Zeit nennt man die Zeitgleichung. Die

Zeitgleichung ist also auch der Unterschied der Stundenwinkel der wahren und der gedachten mittleren Sonne oder auch der Unterschied der Zeiten der Kulmination der mittleren und der wahren Sonne, also der Unterschied des mittleren und des wahren Mittags. Die Zeitgleichung ist viermal im Jahre null. Bewegte die Sonne sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Ekliptik und fiele sie mit der mittleren im Frühlingspunkte zusammen, so würden beide auch gleichzeitig die Rektaszension 90°, 180°, 270° annehmen, es wäre also die Zeitgleichung null am 21. März, 22. Juni, 23. September und 22. Dezember. Wegen der ungleichförmigen Bewegung der wahren Sonne ist sie der sich gleichförmig bewegenden in der ersten Hälfte des Jahres voraus, in der zweiten Hälfte aber hinter ihr zurück. Dadurch treten Verschiebungen der Zeitpunkte ein, in welchen die Rektaszension der wahren und der gedachten Sonne gleich sind, und diese Zeitpunkte fallen in der Tat gegenwärtig auf den 15. April, 14. Juni, 1. September und 25. Dezember. Die zwischen diesen Daten liegenden größten Werte der Zeitgleichung sind: Februar $12 + 14^m 25^s$, Mai $15 - 3^m 49^s$, Juli $26 + 6^m 19^s$ und November $3 - 16^m 21^s$. Die Zahlen sind zu verstehen im Sinne mittlere Zeit weniger wahre Sonnenzeit. Die Daten sind in verschiedenen Jahren etwas verschieden, weil das Jahr nicht genau 365 Tage hat und weil außerdem weitere Ungleichheiten in der Bewegung der Sonne zu berücksichtigen sind. Die genauen Daten wären Ephemeriden z. B. dem „Berliner Astronomischen Jahrbuche" zu entnehmen. Diese Tafelsammlungen geben für einen bestimmten Zeitpunkt jedes Tages in mittlerer Zeit des Meridians der Ephemeride oder des Meridians von Greenwich, jetzt in Weltzeit, die ihm entsprechende Sternzeit, also den Stundenwinkel des Frühlingspunktes für diesen Zeitpunkt. Um die einem beliebigen Augenblicke entsprechende Sternzeit

zu finden, hat man zu dieser Angabe also das seit diesem Ausgangspunkte der Zeitzählung verflossene Zeitintervall, ausgedrückt in Sternzeit, hinzuzufügen.

Die Bewegung der gedachten mittleren Sonne ist nun so bestimmt, daß sie einen vollen Umlauf im Äquator ausführt in derselben Zeit, in der die wahre Sonne von einem bestimmten Punkte ihrer Bahn ausgehend dieselbe einmal durchwandert, um wieder zu demselben Punkte zurückzukehren. Die Beobachtung lehrt, daß in diesem Zeitraume die Sterne ihren scheinbaren täglichen Umlauf 366.24 220 mal vollenden. Weil nun die Sonne wegen ihrer nach Osten gerichteten Bewegung während dieser Zeit den Meridian einmal weniger passiert hat als die Sterne, hat sie 365.24 220 scheinbare Umläufe ausgeführt. Den Zeitraum, der zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen der Sonne durch den nämlichen Punkt ihrer Bahn liegt, nennt man ein tropisches Jahr. Es enthält also 365.24 220 mittlere Tage und es beginnt im Augenblicke des Durchganges der Sonne durch den Frühlingspunkt. Hierdurch ist nun auch das Verhältnis zwischen der Länge des Sterntages und der des mittleren Tages gegeben. Da auf 366.24 220 Sterntage 365.24 220 mittlere Tage gehen, so ist

$$1 \text{ mittlerer Tag} = \frac{366.24\,220}{365.24\,220} = 1.002\,738 \text{ Sterntage},$$

$$1 \text{ Sterntag} = \frac{365.24\,220}{366.24\,220} = 0.997\,270 \text{ mittl. Tage},$$

oder es sind

24 Stunden mittl. Zeit $= 24^h\ 3^m\ 56^s.555$ Sternzeit,
24 „ Sternzeit $= 23\ 56\ 4\ .091$ mittl. Zeit.

Diese Beziehungen gestatten also die Verwandlung eines beliebigen Zeitintervalles der einen Zeitart in das entsprechende der anderen Zeitart. Will man die einem beliebigen in mittlerer Zeit gegebenen Zeitpunkte entsprechende Sternzeit bestimmen, so verwandelt man die seit dem in der Ephemeride

benutzten Ausgangspunkte der Zeitzählung verflossene mittlere Zeit in Sternzeit und fügt diese zu der dem Zeit-Nullpunkte an dem betreffenden Tage entsprechenden Sternzeit hinzu. Die einer gegebenen Sternzeit entsprechende mittlere Zeit findet man durch Abziehen der im Zeit-Nullpunkte des betreffenden Tages stattfindenden Sternzeit von der gegebenen Sternzeit und Verwandlung der Differenz in mittlere Zeit nach der oben gegebenen Beziehung beider. Ist die eine der beiden miteinander zu vergleichenden Zeitarten wahre Sonnenzeit, so hat man die Zeitgleichung zum Übergang auf mittlere Zeit zu benutzen.

Die angegebene Länge des tropischen Jahres gilt streng für den Anfang des Jahres 1900. Sie ist, wie die Beobachtung gelehrt hat und wie wir im nächsten Kapitel ausführlicher kennen lernen werden, einer langsamen Änderung unterworfen, weil der Frühlingspunkt eine ungleichförmige langsame Bewegung besitzt. In einem Jahrhundert nimmt die Länge des tropischen Jahres um $0^s.531$ ab.

Unter einem *siderischen Jahre* versteht man die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen der Sonne durch denselben Punkt des Himmels. Wegen der verschwindend kleinen Änderungen, denen die Lage der scheinbaren Bahn der Sonne unter den Sternen unterworfen ist, ist die Länge des siderischen Jahres nahezu konstant. Sie beträgt 365.25 636 mittlere Tage und nimmt um $0^s.095$ in 1000 Jahren zu. Die statt in Tagesbruchteilen in Tagen, Stunden, Minuten und Sekunden ausgedrückten Jahreslängen sind:

tropisches Jahr $= 365^d\ 5^h\ 48^m\ 45^s.98$,

siderisches Jahr $= 365\ \ 6\ \ \ 9\ \ \ 9.54$.

Für die Zeitrechnung wendet man eine Jahreslänge von $365\,^1/_4$ Tag, das *julianische Jahr*, an.

Der Tagesanfang in allen drei Zeiteinteilungen ist geknüpft an den Meridian des Beobachtungsortes und deshalb ist es also auch die durch die Beobachtungen gefundene Zeit

selbst. Wir bezeichnen daher diese Zeiten, wenn sie in dem bisher beibehaltenen Sinne gebraucht werden, als mittlere Ortszeit bzw. Ortssternzeit. Die Uhrzeiten verschiedener nicht unter demselben Meridian gelegener Orte sind verschieden, und zwar ist der Unterschied gleich der Zeit, die der den Nullpunkt der Zählung bildende Punkt an der Sphäre gebraucht, um vom Meridian des einen Ortes zum Meridian des anderen Ortes zu gelangen. Diese Zeit ist aber, wie wir das schon auf Seite 20 gesehen haben, gleich der Längendifferenz der beiden Orte, und zwar gilt das für alle drei Arten der Zeiteinteilung. Hiernach ist für zwei Orte die Ortszeit des östlich gelegenen Punktes um die Längendifferenz größer als die des westlich gelegenen Ortes, und wir finden umgekehrt die Längendifferenzen als die Differenzen der gleichzeitigen Ortszeiten der betreffenden Punkte. Um also Beobachtungen an verschiedenen Orten miteinander vergleichen zu können, ist es nötig, Rücksicht zu nehmen auf die in den geographischen Tafeln angegebenen oder von geographischen Karten zu entnehmenden Längendifferenzen gegen den als Ausgangspunkt der Zählung dienenden Meridian, eventuell unter Benutzung der auf Seite 21 gegebenen Längendifferenzen der Hauptausgangsmeridiane.

Die Rektaszension der wahren sowohl wie auch der mittleren Sonne ändert sich mit der Zeit; es ist also auch die Zeitgleichung und die „Sternzeit im Zeit-Nullpunkte“ für Orte verschiedener Länge verschieden. Wegen der gleichförmigen Bewegung der mittleren Sonne ist die hieraus hervorgehende Änderung der Sternzeit im Zeit-Nullpunkte für einen bestimmten Ort gegen die etwa für den Meridian von Greenwich geltende eine unveränderliche Größe, z. B. für Königsberg ist sie $-13^s.47$, für Straßburg i. Els. $-5^s.10$, für Berlin $-8^s.80$.

Für das bürgerliche Leben führt die Anwendung der Ortszeit viele Nachteile mit sich und ist in der Strenge gar nicht durchführbar, da z. B. in unseren Breiten für je 300 m in ostwestlicher Richtung die Ortszeit um 1^s verschieden ist. Diese Nachteile sind in demselben Maßstabe fühlbarer geworden, in welchem die Entfernungen durch die Verkehrsmittel an Bedeutung verloren haben. Um sie dort, wo sie besonders lästig waren, fortzuschaffen, hatte man sich daran gewöhnt, die Zeitangaben zu beziehen auf den Meridian der Hauptstadt oder auch der Hauptsternwarte des betreffenden Landes oder Ländergebietes. Schließlich ist man in der weit überwiegenden Mehrzahl der Kulturstaaten dazu übergegangen, ein System von Zeiten einzuführen, die untereinander immer um volle Stunden differieren. Für diese sogenannte Zonenzeit bildet die englische Hauptsternwarte Greenwich, nach deren Zeit die Seeleute schon früher allgemein rechneten, den Ausgangsmeridian. Für alle Punkte zwischen den Meridianen $7^1/_2{}^\circ$ westlich und $7^1/_2{}^\circ$ östlich von Greenwich ist die Zonenzeit gleich der Greenwichzeit, für Punkte zwischen den Meridianen $7^1/_2{}^\circ$ und $22^1/_2{}^\circ$ östlich von Greenwich ist die Zonenzeit gleich Greenwichzeit $+ 1^h$, für Punkte zwischen den Meridianen $22^1/_2{}^\circ$ und $37^1/_2{}^\circ$ östlich von Greenwich ist die Zonenzeit gleich Greenwichzeit $+ 2^h$ und so fort. Die drei speziell angeführten Zeiten werden auch bezeichnet als westeuropäische, mitteleuropäische und osteuropäische Zeit. In ganz Deutschland wird nach mitteleuropäischer Zeit (M. E. Z.) gerechnet, die also gegen Greenwichzeit um 1^h, gegen Berliner Zeit um $6^m\,25^s.1$ voraus ist.

Geht man vom Nullmeridian aus in westlicher Richtung bis zu einem Orte der Länge 180°, so ist an demselben die Ortszeit um 12^h kleiner als im Nullmeridian, geht man dagegen in umgekehrter Richtung, bis man eine Länge von 180° östlich erreicht, so ist die Ortszeit um 12^h größer als im Aus-

gangsmeridian. Da aber beide so bestimmten Orte demselben Meridian angehören, so müßte man auf diesem Meridiane die Zeit um 24^h ändern, also das Datum wechseln. Diese Datumsgrenze richtete sich anfangs danach, ob die Orte zuerst auf einer nach Westen oder auf einer nach Osten gerichteten Reise berührt wurden. Jetzt ist dagegen der 180. Längengrad von Greenwich aus fast allgemein als Grenze anerkannt; nur die östlichsten Teile von Sibirien und die Samoainseln, die eigentlich zur westlichen Hemisphäre gehören, werden aus wirtschaftlichen Gründen zur östlichen gerechnet. Die Datumsgrenze verläuft nach dieser Festsetzung ganz im Meere, wo die aus dem Wechsel des Datums entspringenden Nachteile am wenigsten fühlbar sind. Überschreitet man die Datumsgrenze, von Osten kommend, so hat man einen Tag auszulassen, während beim Überschreiten von Westen her ein Datum wiederholt werden muß.

7. Die Bewegung der Erde um die Sonne.

Die Beobachtung der scheinbaren Bewegung der Sonne in ihrer Bahn ergab zunächst die schon im vorigen Kapitel verwertete Ungleichheit der Bewegung. Genauer betrachtet besteht dieselbe im folgenden. Die Sonne gebraucht, um vom Frühlingspunkte zum Sommersolstiz zu gelangen, $92^d\,22^h$, zwischen dem Sommersolstiz und dem Herbstäquinoktium liegen $93^d\,14^h$, zwischen Herbstäquinoktium und Wintersolstiz $89^d\,17^h$, endlich zwischen Wintersolstiz und Frühlingsäquinoktium $89^d\,1^h$. Da die zwischen diesen vier Punkten am Himmel liegenden Bogen der Ekliptik gleich sind, so verlangt die Ungleichheit dieser Zeiten eine verschiedene Geschwindigkeit der Sonne.

Weiter lehrt aber die Beobachtung, daß auch der Durchmesser der Sonnenscheibe veränderlich ist, nämlich am 1. Januar $= 32'\,31''.8$, dagegen am 1. Juli $= 31'\,27''.6$.

Diese Beobachtungen kann man nun mit Hipparch (130 v. Chr.) hinreichend erklären, wenn man annimmt, die Sonne bewege sich um die Erde E (Fig. 14) in einem Kreise, dessen Mittelpunkt M so liegt, daß $ME = \frac{1}{24}$ des Kreishalbmessers ist und daß der durch E gehende Durchmesser des Kreises die Ekliptik in jenen Punkten trifft, in welchen die kleinste und

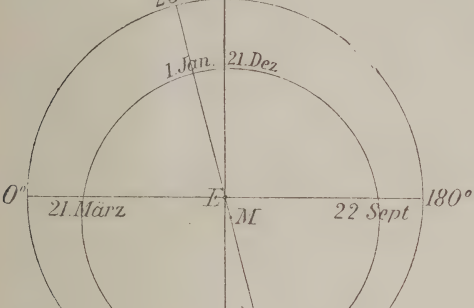


Fig. 14.

größte Geschwindigkeit eintritt, d. i. in den Längen 100° und 280°. Diese durch Fig. 14 erläuterte Hypothese erklärte die im Altertum bekannten Erscheinungen in ausreichender Weise, und es waren noch lange, nachdem Kopernikus es gewagt hatte zu erklären, daß die Erde sich in einem ungeheuren Kreise fortwährend sich drehend um die Sonne bewege, nur physikalische Gründe — z. B. die Größe der Sonne, dann der Umstand, daß die Erde von der Sonne Wärme und Licht, die Quelle alles

irdischen Lebens, empfange und deshalb nicht die übergeordnete Stellung einnehmen könne —, die für die entgegengesetzte Ansicht sprachen. Die Entwicklung der ganzen Astronomie scheint freilich für uns als ein Beweis für die Richtigkeit dieser Kopernikanischen Lehre von der Bewegung der Erde gelten zu können, aber es war doch häufig nötig, um die sich aus der Hypothese ergebenden Folgerungen bestätigt zu finden, besondere Zweige der Astronomie erst so weit zu entwickeln, daß sie eine sichere Antwort geben konnten, und daher kam es, daß man eine ungenügende Antwort leicht als Verneinung auffassen konnte. Dies traf z. B. ein bei der aus der Annahme der Bewegung der Erde folgenden Forderung, daß sich dieselbe abspiegeln müsse in einer scheinbaren Bewegung der Sterne. Denn wenn die Erde sich bewegt, so können die von ihr aus nach einem beliebigen Sterne gezogenen Gesichtslinien nicht mehr beständig parallel sein und der Ort des Sternes an der Sphäre muß sich ändern. Die Abweichung vom mittleren Orte muß im Laufe eines Jahres zweimal in entgegengesetzten Richtungen ihr Maximum erreichen und dann gleich sein dem Winkel, unter welchem, von dem Sterne aus gesehen, der Halbmesser der Erdbahn erscheinen würde. Diesen Winkel nennen wir die jährliche Parallaxe des Sternes. Kopernikus hatte das Verhältnis der Entfernung der Erde von der Sonne im Vergleich zur Entfernung der Sterne als für unsere Wahrnehmung unmeßbar klein erklärt. Aber es war schwer, dieses zu vereinigen mit der Tatsache, daß dem unbewaffneten Auge die Sterne durchaus nicht als Punkte, sondern ebenso wie die entfernteren Planeten erscheinen; um ein wahrnehmbares Scheibchen mit einer unendlich großen Entfernung zu vereinigen, muß man auch die linearen Durchmesser der Sterne als unermeßlich groß voraussetzen. Erst in den 30er Jahren des vorigen Jahrhunderts hatte die praktische Astronomie eine solche Höhe der Ausbildung

erreicht, daß es möglich war, an zwei Sternen merkliche Parallaxen nachzuweisen. Die dazu dienenden Methoden sind im Teil II zu behandeln, hier müssen wir nur die Tatsache vorwegnehmen, daß durch den Nachweis der Existenz von Fixsternparallaxen der Beweis der Bewegung der Erde um die Sonne erbracht ist.

Es sei AB (Fig. 15) die Ekliptik an der Sphäre. WFSH sei die Erdbahn selbst, und in C, exzentrisch zu derselben, befinde sich die Sonne. In G stehe ein Stern. Die Schnittpunkte der Verlängerungen der Verbindungslinien von G mit den Punkten der Erdbahn bilden, wie in der Figur zu sehen, an der Sphäre eine der Erdbahn ähnliche Figur, also da diese ein Kreis ist, eine Ellipse, deren kleine Achse in denjenigen Breitenkreis fällt, der vom Pole der Ekliptik gezogen wird nach dem der Verbindungslinie des Mittelpunktes der Erdbahn mit dem Stern G entsprechenden Punkte der Sphäre. Steht die Erde in W, so müßte der Stern in W′ erscheinen, von F aus müßte er in F′ erscheinen und so fort.

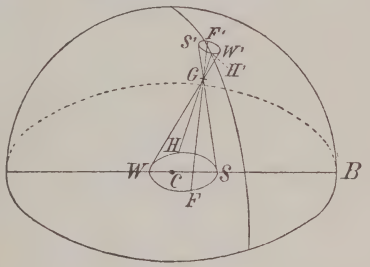


Fig. 15.

Der erste, dem es gelang, Abweichungen des scheinbaren Ortes eines Sternes von seinem mittleren Orte durch die Beobachtung nachzuweisen und der deshalb schon glaubte, eine jährliche Parallaxe gefunden zu haben, war Bradley. Er hatte für seine Beobachtungen den Stern γ Draconis ausgewählt, der für ihn nahe im Zenit kulminierte und für den, weil er vom Pole der Ekliptik nur etwa 20° entfernt ist, die Bewegung

der Erde eine nahezu kreisförmige scheinbare Bewegung um den mittleren Ort bewirken mußte. Er fand nun in der Tat eine solche Bewegung, erkannte aber auch bald, daß die Lage der Bahn nicht den Forderungen entsprach, die sie als parallaktische Ellipse hätte erfüllen müssen. Wenn die Erde in W war (Fig. 16), so erschien der Stern in W″, von F aus gesehen stand er in F″, kurz, er wich stets um 90° von der geforderten Stellung ab. Bradley erkannte bald, daß die Beobachtung erklärt würde durch die schon bekannte Aberration des Lichtes, die daraus hervorgeht, daß das Licht sich nicht momentan fortpflanzt, sondern Zeit gebraucht zu seiner Fortpflanzung. Diese Tatsache ist, wie wir später noch sehen werden, zuerst aus Beobachtungen der Monde des Jupiter nachgewiesen. Es ist aber später auch gelungen, physikalische Beobachtungsmethoden zu ersinnen, um durch direkte Messungen auf der Erdoberfläche selbst die Geschwindigkeit des Lichtes zu ermitteln. Sie ist nach verschiedenen Methoden zu 299 860 km in der Sekunde gefunden.

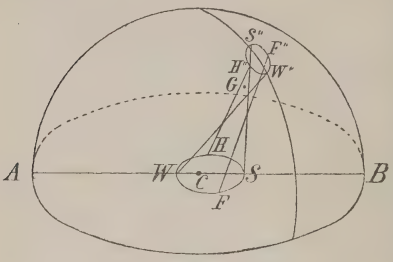


Fig. 16.

Sei SO, Fig. 17, die Richtung eines von einem Sterne ausgehenden und das Auge des Beobachters treffenden Lichtstrahls und OP die Richtung der Bewegung der Erde in ihrer Bahn. Das Verhältnis der Geschwindigkeiten der beiden Bewegungen ist entsprechend unseren Annahmen ein endliches, und es sei durch die Strecken Os und Op angegeben. Das in O befindliche Auge wird dann den Stern nicht in S, sondern

in S′ in der Richtung der Diagonalen des aus Os und Op konstruierten Parallelogramms erblicken; ein Fernrohr, das auf den Stern S gerichtet sein soll, darf nicht in die Richtung OS gebracht werden, sondern muß die Richtung OS′ haben. Das den Punkt s in der Richtung Ss passierende Licht trifft nicht den Punkt O, weil dieser ja in der Zeit, die das Licht gebraucht, um die Strecke sO zu durchlaufen, nach p gerückt ist; ein s′ in einer zu sS parallelen Richtung passierender Lichtstrahl trifft aber in das gleichzeitig in O befindliche Auge, weil dieses, während das Licht den Weg s′p durchläuft, gleichfalls nach p gelangt ist. Die scheinbare Richtung S′O, in der wir den Stern erblicken, bildet mit der wahren Richtung nach dem Stern den Winkel S′OS. Die Größe dieses Winkels hängt ab von der Richtung von OP zu OS. Er verschwindet, wenn $\sphericalangle POS = 0°$ oder 180° ist, d. h.

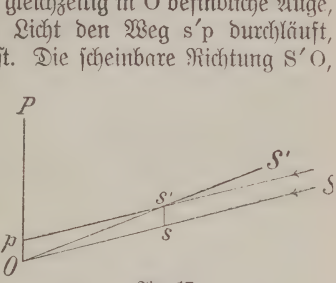


Fig. 17.

wenn die Erdbewegung gerade auf den Stern zu oder gerade von ihm weg gerichtet ist. Der Winkel S′OS ist ein Maximum, wenn der Zielpunkt der Bewegung der Erde 90° vom Punkte S absteht. In diesem Falle ist die Tangente des Winkels gleich dem Verhältnis der Geschwindigkeiten der Bewegung der Erde in ihrer Bahn und der Geschwindigkeit des Lichtes. Die mittlere Geschwindigkeit der Erde ist 29.8 km in der Sekunde, und damit wird der Maximalwert der Ablenkung des Sternes von seinem wahren Orte 20″.47. Diese Größe nennt man die Konstante der Aberration. Die Aberration verschiebt den Stern scheinbar immer in der Richtung der Erdbewegung. Für einen in der Ekliptik befindlichen Stern erfolgt die Bewegung der Erde einmal im Jahre

gerade auf den Stern zu, im entgegengesetzten Punkte der Erdbahn gerade von dem Stern weg, und in der Mitte zwischen diesen Punkten ist die Bewegung senkrecht zur Richtung nach dem Stern. Ein solcher Stern bewegt sich also auf einer geraden Linie von $2 \times 20''.47 = 40''.94$ Länge. Andererseits ist für einen im Pole der Ekliptik befindlichen Stern der Zielpunkt der Richtung der Erdbewegung immer 90° vom Sternort entfernt, und ein solcher Stern würde also immer um 20″.47 von seinem wahren Orte entfernt erscheinen. Er würde um seinen wahren Ort einen Kreis beschreiben. Die einander entsprechenden Punkte dieses Kreises und der Erdbahn würden aber um 90° gegeneinander verschoben sein. Da diese Folgerung nun vollständig übereinstimmt mit der von Bradley gemachten Beobachtung, so war durch diese letztere zwar nicht die Parallaxe, d. h. die Entfernung des betreffenden Sternes festgestellt, aber doch die Bewegung der Erde bewiesen.

Der Beweis der Richtigkeit der Grundideen des Kopernikanischen Weltsystems ist hiernach als erbracht anzusehen. Aber die Vorstellung, daß die Erde sich in einem exzentrischen Kreise um die Sonne bewege, konnte doch nur die allgemeinen Verhältnisse darstellen, während es zur genauen Darstellung noch eines weiteren Ausbaues der grundlegenden Prinzipien bedurfte. Die Entdeckung der wahren Bewegungsgesetze blieb Kepler vorbehalten, und Newton verdanken wir die Erkenntnis des inneren Zusammenhanges.

Die allen Beobachtungen gerecht werdende Form der Erdbahn ist eine Ellipse, in deren einem Brennpunkte die Sonne steht. Die Erde durchläuft diese Ellipse mit ungleichförmiger Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit ist am größten dort, wo die Erde der Sonne am nächsten ist, in der Sonnennähe oder dem Perihel. Die Geschwindigkeit ist am kleinsten im gegenüberliegenden Punkte der Bahn im Aphel (Sonnen-

ferne). Die Verbindungslinie dieser beiden Punkte, also die große Achse der Ellipse, heißt auch die Apsidenlinie. Diese elliptische Bahn durchläuft die Erde im Zeitraum eines siderischen Jahres in derselben Richtung, in der die scheinbare Bewegung der Sonne in der Ekliptik erfolgt, also vom Nordpol der Ekliptik aus gesehen in einer der Bewegung des Uhrzeigers entgegengesetzten Richtung. Dabei dreht die Erde sich in einer gleichfalls der Bewegung des Uhrzeigers ent-

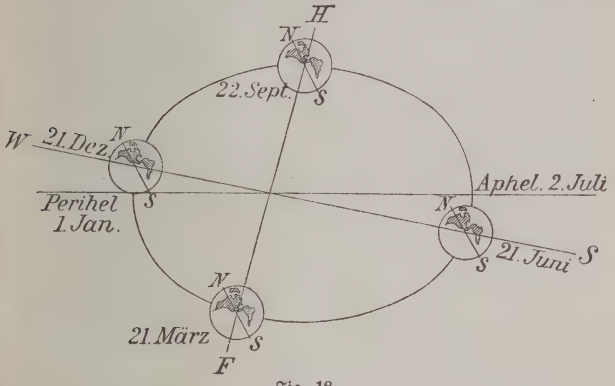


Fig. 18.

gegengesetzten Richtung beständig um ihre Achse im Zeitraume eines Sterntages. Diese Drehungsachse behält dabei eine im wesentlichen unveränderliche Lage bei, indem sie zielt auf einen Punkt, der vom Pole der Ekliptik um einen Winkel gleich der Schiefe der Ekliptik (23° 27′) absteht. Die Erde befindet sich im Perihel am 1. Januar, im Aphel am 2. Juli. Wenn die Erde sich im Frühlingspunkte und Herbstpunkte befindet, so steht die Sonne im Äquator; während die Erde den Weg vom Frühlingspunkte bis zum Herbstpunkte

durchläuft, steht die Sonne nördlich vom Äquator, und es herrscht auf der Nordhalbkugel der Erde Sommer. Befindet dagegen die Erde sich zwischen Herbst- und Frühlingspunkt, so steht die Sonne südlich vom Äquator, und die Nordhalbkugel der Erde hat Winter. Um den ersteren das Aphel enthaltenden Bogen zu durchlaufen, gebraucht die Erde $186^d\,11^h$, während sie den anderen Bogen in $178^d\,19^h$ durchläuft. Daher ist auf der Nordhalbkugel der Erde die warme Jahreszeit um $7^d\,16^h$ länger als die kalte Jahreszeit. Da das Aphel, die Zeit der kleinsten Geschwindigkeit, in die Zeit zwischen dem Sommersolstiz und dem Herbstäquinoktium fällt, so muß die entsprechende Jahreszeit, also der Sommer der Nordhalbkugel die längste Dauer haben, $93^d\,14^h$, und umgekehrt muß der das Perihel enthaltende Winter der Nordhalbkugel am kürzesten sein ($89^d\,1^h$). Wenn die Erde sich im Frühlingspunkte befindet, so kulminiert die Sonne im Zenit der Orte unter dem Erdäquator; schreitet die Erde weiter auf ihrer Bahn, so erreicht die Sonne bei ihrer Kulmination den Zenit von Orten nördlich vom Äquator, bis sie schließlich am 21. Juni im Zenit der Orte unter einer nördlichen Breite von $23°\,27'$ kulminiert. Dieser Parallelkreis der Erde heißt der Wendekreis des Krebses. Nach dem 21. Juni kehrt die Sonne zum Äquator zurück, bis sie am 22. September wieder im Zenit der Orte am Erdäquator steht. Während des Winterhalbjahres der Nordhalbkugel kulminiert sie für Punkte südlich vom Äquator und erreicht am 21. Dezember den Zenit von Orten unter $23°\,27'$ südlicher Breite. Dieser Parallelkreis heißt der Wendekreis des Steinbocks. Wenn die Sonne am 21. Juni eine Deklination von $+23°\,27'$ hat, so geht sie überhaupt nicht auf für Orte unter einer südlichen Breite von $66°\,33'$, da für diese die Zenitdistanz nicht unter $90°$ kommt, sie geht nicht unter für Orte der nördlichen Breite $66°\,33'$, weil für diese die Zenitdistanz der Sonne nur zwischen

43° 6′ in der oberen und 90° in der unteren Kulmination schwankt. Der erstere Parallelkreis wird der nördliche, der andere der südliche Polarkreis genannt. Am 21. Dezember tauschen die beiden Parallelkreise ihre Rolle aus, es wird dann nicht Tag auf dem nördlichen und nicht Nacht auf dem südlichen Polarkreise. Innerhalb der Polarkreise geht die Sonne während mehrerer aufeinander folgender Tage nicht auf, beziehungsweise nicht unter. Für 70° nördlicher Breite z. B. ist dauernd Nacht, solange die Sonne südlich vom Parallel von — 20° steht, und dauernd Tag, solange sie nördlich vom Parallel von + 20° steht. An den Polen herrscht ein halbes Jahr lang Tag und ein halbes Jahr lang Nacht. Allerdings tritt zu Beginn und am Ende der Polarnacht eine lange Dämmerung ein. Da nach Seite 42 die bürgerliche Dämmerung dauert, bis die Sonne 6° unter den Horizont sinkt, würde sie für den Nordpol erst ihr Ende erreichen, wenn die Sonne eine südliche Deklination von 6° hat. Es wäre also am Nordpol Dämmerung vom 23. September bis 9. Oktober und vom 6. bis 21. März. Die astronomische Dämmerung dauerte bis zum 7. November und würde schon am 5. Februar wieder beginnen.

Alles dieses sind Folgen des Umstandes, daß die Erdachse nicht senkrecht auf der Ebene der Erdbahn steht, sondern daß sie einen Winkel von 23° 27′ mit der Vertikalen zu dieser Ebene bildet und daß sie diese Neigung während ihres Umlaufes um die Sonne beibehält. Die Konstanz der Lage der Achse einer rotierenden Kugel im Raume ist nun eine physikalische, durch verschiedene Apparate leicht zu demonstrierende Erfahrungstatsache. Diese Apparate zeigen aber auch, daß, sobald man die rotierende Kugel durch Auflegen eines geringen Gewichtes außerhalb der Rotationsachse beschwert, die Rotationsachse sofort beginnt, eine kegelförmige Bewegung auszuführen. Stand sie vor dem Auflegen des Gewichtes

vertikal, so beschreibt nachher ihr eines Ende langsam einen Kreis um einen in der Vertikalen liegenden Punkt, und die Schnittpunkte des Äquators der Kugel mit der horizontalen Ebene bewegen sich in dieser Ebene in einer der Rotationsrichtung der Kugel entgegengesetzten Richtung. Ganz dasselbe Verhalten zeigt nun auch der Erdkörper. Die Ursache der langsamen Änderung der Lage der Rotationsachse ist hier gegeben durch die Anziehung der Sonne, des Mondes und der Planeten auf den äquatorealen Massengürtel der Erde. Wenn Fig. 18 die augenblickliche Lage der Rotationsachse der Erde gegen die Ekliptik vorstellt, so würden wir nach 6500 Jahren finden, daß dann die Erdachse nicht nach links geneigt sein würde, sondern nach rückwärts, nach 13 000 Jahren wäre sie nach rechts und nach 19 500 Jahren nach vorn auf uns zu immer unter einem Winkel von 23° 27′ gegen die Vertikale geneigt. Die Linie FH der Fig. 18 ist der Schnitt einer auf der Erdachse senkrecht stehenden Ebene mit der Ebene der Erdbahn, und die Erdachse steht senkrecht auf dieser Linie FH. Dreht sich nun die Erdachse rechts (im Sinne des Uhrzeigers) herum, so macht auch die Linie FH diese Bewegung mit, und es entsteht die von uns beobachtete rückläufige Bewegung der Äquinoktialpunkte. Diese Erscheinung wird die Präzession genannt. Sie besteht also darin, daß der Pol des Äquators in einer Periode von 26 000 Jahren um den Pol der Ekliptik einen Kreis mit einem Radius von 23° 27′ beschreibt. Infolge dieser Bewegung ändert sich also der Ort des Poles des Äquators unter den Sternen im Laufe der Zeiten. Der Polarstern, der für uns jetzt 1° 10′ vom Pole absteht, wird sich ihm noch weiter nähern, bis er schließlich im Jahre 2095 nur noch 26′ vom Pole entfernt sein wird. Nach 12 000 Jahren aber wird der Stern Wega in der Leier dem Pole bis auf 5° nahe stehen. Diese Bahn des Poles des Äquators ist in Fig. 19 dargestellt. Bei

E liegt der Pol der Ekliptik, bei P der des Äquators um 1900. Auf der Bahn des Punktes P sind außerdem die Lagen angegeben, die der Pol um — 2000 v. Chr. und zu Beginn der christlichen Ära einnahm, und diejenigen, die er im Jahre 4000 und 6000 einnehmen wird. In Wirklichkeit ist die Bewegung des Poles des Äquators eine sehr verwickelte. Die Anziehung

Fig. 19.

von Sonne und Mond auf den äquatorealen Massenüberschuß der Erde hängt ab von der Lage dieser Massen gegen den Erdäquator, von ihrer Deklination, und muß deshalb Glieder von jährlicher und von monatlicher Periode haben. Außerdem treten Glieder auf, die abhängen von den Änderungen der Lage der Mondbahn. Es bewegt sich deshalb der Pol nicht einfach auf einer Kreislinie, sondern er schwankt um dieselbe

in kurzen Perioden hin und her. Die fortschreitende Bewegung nennt man die Präzession, die periodischen Schwankungen die Nutation.

Auch die Schiefe der Ekliptik ist einer geringen langsamen Änderung unterworfen. Für das Jahr 1900 hat sie nach Newcomb den Wert 23° 27′ 8″.26 mit einer Abnahme im Jahrhundert um 46″.845. Die Ursache ist auch hier eine kreisförmige Bewegung des Poles der Ekliptik um eine mittlere Lage infolge der Anziehung der Planeten auf die Erde. Der Minimalwert, der etwa im Jahre 11 000 erreicht wird, ist 22° 38′. Eine sichere Berechnung dieser Bewegung für längere Zeiträume ist jetzt aber noch nicht möglich.

Neben der Präzession und Nutation und der Änderung der Schiefe der Ekliptik, die alle die Lage der Erdbahn im Raume treffen, ist nun auch noch die Form der Erdbahn in dieser Ebene Änderungen unterworfen. Die Exzentrizität der Erdbahn ist für 1900 nach Newcomb 0.01675104 mit einer Abnahme von 0.00004180 im Jahrhundert, die Länge des Perihels der Erdbahn ist 101° 13′ 15″.0 für 1900 und sie ändert sich jährlich um + 61″.89. Diese Bewegung des Perihels der Erdbahn im Sinne der wachsenden Längen bewirkt, daß die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen durch das Perihel, das anomalistische Jahr, länger ist als das siderische und um so mehr als das tropische Jahr. Nach Newcomb ist die Länge des anomalistischen Jahres $365^d\,6^h\,13^m\,53^s.01$ für 1900 mit einer Zunahme im Jahrhundert im Betrage von $0^s.262$.

Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, die astronomische lineare Einheit, dagegen ist unveränderlich.

8. Die Entfernung der Erde von der Sonne.

Um die Entfernung eines nicht direkt zugänglichen Punktes zu finden, messen wir in den Endpunkten einer geraden Linie

von bekannter Länge, der Basis, die Winkel des aus dieser Linie und den beiden Richtungen nach dem Punkte gebildeten Dreiecks und lösen das Dreieck auf trigonometrischem Wege auf. Die Genauigkeit des Resultates hängt außer von der Genauigkeit der Messungen ab von dem Verhältnis der Länge der Basis zu der zu messenden Entfernung. Je kleiner die Basis ist, d. h. je kleiner der Winkel ist, unter welchem sie von dem Punkte aus, dessen Entfernung gesucht wird, erscheint, um so schwieriger ist die Lösung. Wenn es sich nun handelt um die Bestimmung der Entfernung der Erde von der Sonne, so ist die größte Basis, die wir überhaupt der Messung zugrunde legen könnten, der Durchmesser der Erde, und dieser erscheint von der Sonne aus noch nicht unter einem Winkel von 18″. Um die Größe dieses Winkels bis auf die hundertstel Bogensekunde, also bis auf den 2000sten Teil genau zu bestimmen, bedarf es natürlich ganz besonderer Vorkehrungen.

Nun geben uns die Gesetze, die die Bewegungen der Körper unseres Sonnensystems beherrschen, wie wir später noch sehen werden, einen festen Zusammenhang zwischen den mittleren Entfernungen und den Umlaufszeiten, so daß wir, da die letzteren uns genau bekannt sind, alle Entfernungen kennen würden, sobald wir eine derselben kennen. Wir wählen uns also diejenige Entfernung aus, die die günstigsten Beobachtungsverhältnisse darbietet, d. h. wir beobachten denjenigen der um die Sonne sich bewegenden Körper, der uns am nächsten kommt. Venus und Mars, die beiden uns in der Reihenfolge der Glieder unseres Planetensystems nächststehenden Planeten, kommen uns erheblich näher als die Sonne. Die Venus bis auf 0.26, Mars bis auf 0.36 Erdbahnhalbmesser. Nun sind die Beobachtungsverhältnisse für die Venus im allgemeinen sehr ungünstige wegen ihrer Nähe bei der Sonne, während beim Mars solche Schwierigkeiten nicht vorliegen. Die ersten Versuche, die zu genaueren Resultaten

führten, sind daher 1672 von Richer und Picard am Mars gemacht, indem man ihn von zwei Punkten der Erde, Cayenne und Paris, aus beobachtete. Die Beobachter erhielten für den Winkel, unter welchem von der Sonne aus gesehen der äquatoreale Halbmesser der Erde erscheint und den man die Sonnenparallaxe nennt, den Wert 9″.5, woraus mit dem Werte des Erdhalbmessers für die Sonnenentfernung 138 000 000 km folgt. Halley erkannte zuerst, daß unter besonderen Bedingungen die Venus wesentlich günstigere Aussichten darbietet, nämlich dann, wenn sie auf ihrem Wege um die Sonne gerade zwischen Erde und Sonne steht, und zwar so nahe der Ebene der Erdbahn, daß sie sich für uns auf die Sonnenscheibe projiziert. Erscheinungen dieser Art, die wir Venusdurchgänge nennen, treten zwar nicht einmal in jedem Jahrhundert ein, ereignen sich aber, wenn die Bedingungen für ihr Eintreten gegeben sind, immer paarweise, indem die Venus einmal nördlich und das andere Mal südlich vom Mittelpunkte der Sonnenscheibe vorübergeht. Seit Halleys Entdeckung sind Venusdurchgänge eingetreten 1631, 1639, 1751, 1759, 1874 und 1882, die nächsten werden sich in den Jahren 2004 und 2012 ereignen.

Wenn man bei einem solchen Venusdurchgange die Momente beobachtet, zu welchen der als kleine dunkle Scheibe erscheinende Planet auf die helle Sonnenscheibe tritt, und ebenso die Zeit des Austritts beobachtet, so bestimmt die Zwischenzeit die Länge der Sehne, die der Planet auf der Sonnenscheibe beschrieben hat. Beobachtet man die Erscheinung von zwei Punkten der Erde aus, die in bezug auf die Richtung der Bewegung des Planeten verschieden liegen, der eine oberhalb, der andere unterhalb, so wird der Planet sich auf verschiedene Stellen der Sonnenscheibe projizieren, der Abstand der Sehnen vom Mittelpunkte der Sonnenscheibe wird ein verschiedener, also auch die Länge der Sehne und

die Dauer des Durchganges eine verschiedene sein. Umgekehrt aber hat man in der Beobachtung der Dauer des Durchganges ein Mittel, um den Abstand der Sehne vom Mittelpunkte der Sonnenscheibe zu finden. Die Verschiebung der Sehne auf der Sonnenscheibe, aus dem Venusmittelpunkte gesehen, bestimmt nun auch den Winkel, unter welchem von der Venus aus gesehen die lineare Entfernung der beiden Erdorte, also eine ihrer Länge nach gegebene Strecke erscheint, und wir können daraus also auch den Winkel berechnen, unter dem der Erdhalbmesser von der Venus aus erscheinen würde. Damit wird uns die Entfernung Venus-Erde bekannt, aus der ohne weiteres die Entfernung Sonne-Erde folgt. Die Dauer eines Vorüberganges der Venus vor der Sonnenscheibe beläuft sich auf etwa 7 Stunden, der Unterschied der Durchgangszeiten kann unter günstigen Verhältnissen, wenn nämlich der Durchgang in der Nähe des Sonnenrandes erfolgt, wo kleine Verschiebungen der Sehne große Änderungen ihrer Länge bewirken, mehr als 20^m betragen, so daß eine sehr genaue Lösung der Aufgabe sicher schien. Außer aus der Länge der Sehnen kann man auch aus der Verfrühung oder der Verspätung des Ein- und Austritts der Venus für zwei Orte der Erde auf den Winkel schließen, unter dem die Entfernung derselben von der Venus aus erscheint, und endlich kann man auch direkte Messungen der Lage der Venus gegen den Mittel-

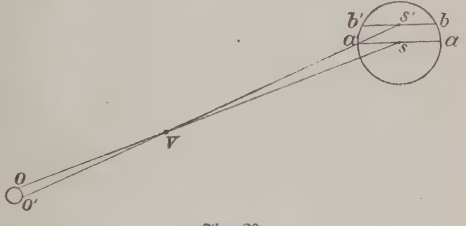


Fig. 20.

punkt der Sonnenscheide ausführen und diese zur Rechnung verwenden. Die Anwendung dieser Methoden bei den letzten vier Durchgängen hat uns zwar ein der Wahrheit recht nahekommendes Resultat gegeben, die Erwartungen aber doch nicht ganz erfüllt.

Wir besitzen aber noch andere Mittel, um das Ziel zu erreichen. Im August 1898 wurde ein zur Gruppe der kleinen Planeten gehörender Körper, Eros, aufgefunden, dessen Bahn zum größten Teile innerhalb der Marsbahn liegt. Eros kann sich unter den günstigsten Bedingungen der Erde bis auf 0.248 Erdbahnradien nähern, steht ihr dann also ebenso nahe wie die Venus bei den Vorübergängen. Wegen der Sicherheit, die sich bei den Beobachtungen des wie ein Stern erscheinenden Gestirns erreichen läßt, und wegen der langen Zeit, in der die Beobachtung möglich ist, bildet er zurzeit das beste Objekt für die Bestimmung der Sonnenparallaxe. Bislang hat man nur die im Jahre 1900—1901 erfolgte Erscheinung zur Berechnung heranziehen können. Sie hat für die Sonnenparallaxe den Wert 8″.804 ergeben. Erst im Jahre 1931 wird eine Gelegenheit sich ergeben, dieses Resultat durch eine noch günstigere Erscheinung des Eros zu verbessern.

Der Wert 8″.80 der Sonnenparallaxe wird durch alle Bestimmungen der neueren Zeit so nahe bestätigt, daß er jedenfalls nur noch eine sehr kleine Änderung erfahren wird. Diesem Werte der Sonnenparallaxe und dem auf Seite 29 gegebenen Werte des äquatorealen Erddurchmessers entspricht als mittlere Entfernung der Erde von der Sonne die Zahl 149 500 000 km.

Der Halbmesser der Sonnenscheibe in der mittleren Entfernung der Sonne von der Erde ist nach Auwers 15′ 59″.63. Daraus folgt der lineare Sonnenradius zu 695 339 km. Der Durchmesser der Sonnenkugel ist 109 mal so groß als der der Erde, ihre Oberfläche ist 11 885, ihr Inhalt 1 295 700 mal so groß, als die der Erde.

III. Vom Monde.

9. Bewegung des Mondes.

Der Mond vollendet einen vollen Umlauf um die Erde, d. h. er kehrt zu derselben Länge von der Erde aus gesehen zurück, in $27^d\,7^h\,43^m\,11^s.55$. Seine mittlere tägliche Bewegung ist daher $13°\,10'\,35''.03$ oder er rückt stündlich um $32'\,56''.47$ nach Osten am Himmel weiter. Diese große scheinbare Bewegung dient uns häufig als Mittel zur Zeitvergleichung. Beobachten wir an zwei Orten verschiedener Länge die Sternzeiten der Kulmination des Mondes, so werden diese, d. h. die Rektaszensionen des Mondes, verschieden sein um die Bewegung des Mondes in der zwischen den beiden Beobachtungsmomenten liegenden Zeit, und man kann aus der Differenz der beobachteten absoluten Rektaszensionen die Zeitdifferenz, d. h. die Längendifferenz der beiden Orte berechnen.

Die angegebene Periode ist die des *siderischen Umlaufs* des Mondes. Die *tropische* Umlaufszeit des Mondes ist die Zeit, in der er zu demselben Punkte der Ekliptik, dem Frühlingspunkte, zurückkehrt. Sie ist wegen der rückläufigen Bewegung dieses Punktes etwas kürzer als die siderische Umlaufszeit und beträgt $27^d\,7^h\,43^m\,4^s.78$. Die Rückkehr des Mondes zu derselben Stellung in bezug auf Erde und Sonne erfordert eine wesentlich größere Zeit. Gehen wir etwa aus von einem Zeitpunkte, in welchem Sonne, Erde, Mond in einer geraden Linie standen, so ist nach einem siderischen Umlaufe des Mondes die Erde um etwa den 13. Teil in ihrer eigenen Bahn vorwärts gerückt, und die parallel mit sich selbst verschobene Richtungslinie Erde-Mond muß sich noch, um wieder mit der Linie Erde-Sonne zusammenzufallen, um einen Bogen von etwa 29° drehen. Der *synodische Umlauf*, d. i. die Zeit zwischen gleichen Mondphasen, ist daher um mehr als zwei Tage länger als der siderische, nämlich $29^d\,12^h\,44^m\,2^s.68$.

Die Umlaufszeit des Mondes pflegt man Monat zu nennen, und man unterscheidet also siderischen (auch periodischen genannt) Monat, tropischen Monat und synodischen Monat. Man nennt diejenigen Punkte der Mondbahn, in denen seine Länge derjenigen der Sonne gleich ist oder sich von ihr um 180° unterscheidet, die Syzygien. Abgesehen von der Breite steht der Mond in den Syzygien, also entweder in der Verbindungslinie Sonne-Erde oder in ihrer Verlängerung. Die Punkte, in denen die Mondlänge von der der Sonne um 90° sich unterscheidet, heißen die Quadraturen.

Bei der großen Bedeutung, die die Periode des Mondumlaufes neben der Jahreslänge für die Zeitrechnung und für die Ordnung des bürgerlichen Lebens von alters her hatte, hat man der Feststellung dieser Zahlen schon frühzeitig großen Wert beigelegt. Die Periodenlängen sind nun aber bedeutenden Änderungen unterworfen, die zum größten Teil hervorgehen aus der anziehenden Wirkung der Sonne. Die angegebenen Werte sind diejenigen der Hansenschen Mondtheorie, sie gelten für den Anfang des Jahres 1850.

Die Ebene der Mondbahn ist eine gegen die Ebene der Erdbahn unter einem Winkel von 5° 8′ 40″.0 geneigte, durch den Erdmittelpunkt gehende und daher die Sphäre in einem größten Kreise schneidende Ebene. Die Bewegung des Mondes in dieser Bahn erfolgt mit verschiedener Geschwindigkeit, woraus ebenso wie bei der Erdbahn folgt, daß die Bahn eine Ellipse ist. Die Darstellung der beobachteten Bewegung durch eine elliptische ist aber beim Monde wegen der vielen Ungleichheiten weit weniger zutreffend als bei der Erde. Die mittlere Exzentrizität der Mondbahn ist 0.05 491, also etwa $^1/_{18}$. Die Erdnähe, das Perigäum, liegt 1910 Januar 0.0 mittl. Zeit Paris in 21° 10′ 28″.0 Länge. Die Lage des Perigäums ist aber einer raschen Bewegung unterworfen; es vollführt sich direkt,

also im Sinne der wachsenden Länge oder der Bewegung des Mondes selbst bewegend einen Umlauf in der Bahn in 8 Jahren 310.6 Tagen, bewegt sich also jährlich um 40° 40′ 31″.1, oder während eines siderischen Monats um 3° 2′ 33″.7 vorwärts. Die zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen des Mondes durch das Perigäum liegende Zeit, der anomalistische Umlauf, ist daher länger als ein siderischer Monat, sie beträgt $27^d\ 13^h\ 18^m\ 33^s.1$. Die Exzentrizität der Mondbahn schwankt zwischen den Grenzen $^1/_{14}$ und $^1/_{20}$. Die Exzentrizität ist so bedeutend, daß der Unterschied des wahren Ortes des Mondes in dieser Ellipse und desjenigen, den ein Punkt einnehmen würde, der sich mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit bewegte und einen Umlauf in gleicher Zeit wie der Mond vollführte, sehr erheblich ist. Der Maximalwert dieser Differenz, den man die Mittelpunktsgleichung nennt, ist 6° 17′ 12″.7.

Die Schnittlinie der Mondbahn mit der Ekliptik, die man die Knotenlinie nennt, hat eine rückläufige Bewegung. Sie beschreibt einen vollen Umlauf in 18 Jahren 218.9 Tagen. Die Punkte, in welchen die Mondbahn die Ekliptik schneidet, nennt man die Knotenpunkte. Im aufsteigenden Knoten (☊) tritt der Mond von der Südseite der Ekliptik auf die Nordseite, im absteigenden (☋) ist das Umgekehrte der Fall. Die zwischen zwei Durchgängen des Mondes durch einen der Knotenpunkte liegende Zeit, der drakonitische Monat, ist wegen der rückläufigen Bewegung der Knoten etwas kürzer als ein siderischer Monat, nämlich $27^d\ 5^h\ 5^m\ 36^s.0$.

Die Werte der verschiedenen Umlaufszeiten des Mondes, wie sie hier angegeben sind, beruhen ausschließlich auf den genauen Beobachtungen des Mondes seit 1750. Wir können nun aber die vielen Aufzeichnungen aus den weit zurückliegenden Zeiten benutzen, um aus ihnen ebenfalls diese Umlaufszeiten abzuleiten und finden dann Werte, die etwas

größer sind, als die jetzt stattfindenden. Daraus folgt, daß der mittlere Abstand des Mondes von der Erde sich geändert hat. Diese beobachtete Säkular-Akzeleration der Mondbewegung kann durch die Theorie zurzeit nur zum Teil erklärt werden. Zur vollen Erklärung hat man versucht, die Wirkung der Gezeiten- (Ebbe und Flut) Reibung heranzuziehen.

Die Sonne ruft drei Hauptungleichheiten in der Bewegung des Mondes hervor. Die Wirkung der Anziehung der Sonne äußert sich teils in einer Vergrößerung und Verkleinerung derjenigen Entfernung des Mondes von der Erde, die der rein elliptischen Bahn entsprechen würde, teils in einer Beschleunigung und Verzögerung der Bewegung. Es entsteht daraus die schon Hipparch bekannte Evektion, eine scheinbare Änderung der Exzentrizität der Mondbahn, die am stärksten in den Syzygien und Quadraturen hervortritt und den Mondort um 1° 16′ 27″ ändern kann. Sie ist abhängig von der Stellung der Sonne zu der elliptischen Mondbahn, also von der Richtung der Apsidenlinie, und hat deshalb eine mit der Umlaufszeit dieser Linie übereinstimmende Periode. Die zweite durch die Sonne hervorgerufene große periodische Ungleichheit ist die Variation, die Tycho Brahe fand. Sie bewirkt eine Abweichung des Mondortes bis zu 39′ 30″.7 und ist am größten, wenn der Mond in den Oktanten, in der Mitte zwischen den Syzygien und Quadraturen, steht. Endlich bewirkt die Elliptizität der Erdbahn dadurch, daß die Wirkung der Sonne auf den Mond im Winter stärker ist als im Sommer, eine weitere Ungleichheit, die jährliche Gleichung, die bis auf 11′ 9″.0 steigt.

Auch die Neigung der Mondbahn erleidet durch die Sonne große periodische Änderungen, die von der Stellung der Sonne zur Ebene der Mondbahn abhängen. Der kleinste Wert der Neigung ist 4° 57′, der größte 5° 19′.

Von besonderer Bedeutung ist unter den Ungleichheiten der Mondbewegung noch eine, welche allein abhängig ist von der Entfernung der Sonne von der Erde, und die daher zur Bestimmung der Sonnenparallaxe dienen kann. Sie heißt die parallaktische Gleichung.

Die Bewegung des Mondes ist für die Zeitrechnung von größter Wichtigkeit. Naturgemäß mußte von Anfang an die Zeitrechnung an die periodischen Erscheinungen im Laufe der Sonne und des Mondes geknüpft werden. Da eine einfache Beziehung zwischen der Monats- und der Jahreslänge nicht besteht, so mußte man nach einer Ausgleichung suchen, um die Zeit eines synodischen Mondumlaufs, der Lunation, mit der Jahreslänge zu verbinden. Es sind nun 235 synodische Monate = 6939.6883 Tage = 19 Jul. Jahre weniger $1^h\,28^m\,47^s$. Sollen 235 Monate auf 19 Jahre verteilt werden, so müssen wir 12 Jahre zu 12 Monaten und 7 zu 13 Monaten nehmen, und die einzelnen Monate müssen teils 29 Tage, teils 30 Tage enthalten. Hierauf beruht der Metonsche Mondzyklus, der also einen Zeitraum von 19 Jahren umfaßt, unter welchen das 3., 5., 8., 11., 13., 16. und 19. Jahr mit 13 Monaten waren. In jedem der 235 Monate wichen die Eintrittszeiten der von der Stellung des Mondes zur Syzygienlinie abhängigen Lichtgestalten des Mondes höchstens um 1 Tag voneinander ab. In unserer heutigen Zeitrechnung spielt der Mondumlauf nur noch für die Bestimmung des Osterfestes eine Rolle, das nach kirchlicher Festsetzung auf den ersten Sonntag nach dem ersten Vollmond nach Frühlingsanfang fallen soll. Die Daten des Osterfestes kehren also nach 19 Jahren in derselben Reihenfolge wieder, und man konnte, wenn der Zyklus einmal festgestellt war, das Datum voraus bestimmen nach der Stellung des betreffenden Jahres in dem Zyklus, die wieder aus der Jahreszahl folgte. Man nennt den Rest, der verbleibt, wenn man die um 1 vermehrte Jahreszahl

durch 19 dividiert, die güldene Zahl. Jeder güldenen Zahl entspricht ein bestimmtes Datum des Osterfestes.

Für die Erscheinung der Finsternisse ist es von Wichtigkeit zu wissen, wann die gleiche Lage des Mondes in bezug auf Erde und Sonne wiederkehrt. Maßgebend dafür ist der drakonitische Monat. Es sind 242 drakonitische Monate 6585.357 Tage oder 18 Jul. Jahre und 11 Tage weniger $3^h\ 25^1/_2{}^m$. Andererseits sind 223 synodische Umläufe 6585.321 Tage. Es werden sich also nach Ablauf dieser Zeit alle von der gegenseitigen Stellung der drei Gestirne abhängigen Erscheinungen wiederholen müssen.

10. Lichtgestalten, Entfernung und Größe des Mondes.

Die Lichtgestalten oder Phasen des Mondes hängen von seiner Stellung gegen die Erde und die Sonne ab. Diejenige Stellung zweier Gestirne, in der ihre Längen gleich sind, nennt man die Konjunktion; die einer Differenz der Länge von 180° entsprechende Stellung nennt man Opposition und endlich diejenigen, für die die Längen um 90° verschieden sind, die Quadraturen. Beim Monde fällt auf die Konjunktion der Neumond, auf die Opposition der Vollmond und auf die Quadraturen das erste und letzte Viertel.

Die Phasen sind eine Folge davon, daß der Mond eine Kugel ohne eigenes Licht ist, von der wir nur den von der Sonne erleuchteten Teil wahrnehmen. Zur Zeit der Konjunktion liegt die ganze uns zugewandte Hälfte der Mondkugel im Schatten, rückt der Mond nach Osten weiter, so erscheint am Westrande der Scheibe eine schmale erleuchtete Zone, die wir Mondsichel nennen. Die Sichel nimmt mit der Vergrößerung des Abstandes des Mondes von der Sonne an Breite zu. Ist der Abstand 90°, so ist die Mondscheibe halb erleuchtet, wir haben erstes Viertel. In der Opposition sehen wir die ganze uns zugewandte Hälfte der Mondkugel erleuchtet,

und darauf beginnt wieder am Westrande der Kugel die dunkle Nachtseite zu wachsen, die zur Zeit des letzten Viertels die Scheibe halb unseren Blicken entzieht und schließlich dicht vor dem Eintritt des nächsten Neumondes nur eine schmale Sichel am Ostrande der Scheibe übrigläßt. In der Zeit zwischen Neumond und dem ersten oder letzten Viertel erkennen wir häufig auch den uns zugewandten Teil der Nachtseite des Mondes infolge des von der Erde reflektierten Sonnenlichtes. Für einen Beobachter auf dem Monde ist ja zur Zeit des Neumondes die Erdscheibe voll erleuchtet und in den nächsten Tagen noch fast voll erleuchtet und muß die Mondnacht in weit höherem Maße erhellen, als es der Vollmond für die Nacht der Erde vermag.

Liegt der aufsteigende Knoten der Mondbahn im Frühlingspunkte, so ist die Neigung der Mondbahn gegen den Äquator gleich der Summe aus der Schiefe der Ekliptik und der Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik, also 28° 36′. Der Mond erreicht also auf seiner scheinbaren Bahn eine größte nördliche und südliche Deklination von 28° 36′. Liegt dagegen der aufsteigende Knoten beim Herbstpunkte, so ist die Neigung der Mondbahn gegen den Äquator nur 18° 18′, und die Deklination des Mondes bewegt sich innerhalb eines Umlaufs zwischen + 18° 18′ und — 18° 18′. Es hat also der Mond auch eine sehr stark veränderliche Bewegung in Deklination. In dem ersten Falle hat der Vollmond um die Zeit des Wintersolstiz eine Deklination von + 28° 36′, dagegen um die Zeit des Sommersolstiz eine solche von — 28° 36′. Der Einfluß des Vollmondlichtes ist also ein sehr verschiedener.

Die erste rohe Vorstellung über die Entfernung des Mondes erlangte Hipparch durch die Messung des Abstandes der Sonne und des Mondes zur Zeit des Mondviertels. Da im Augenblicke des Viertelmondes das Dreieck Sonne-Mond-Erde

am Monde rechtwinklig ist, gibt die Kenntnis des Winkels an der Erde sofort das Verhältnis der Entfernungen Erde-Mond zu Erde-Sonne, allerdings nur mit einer sehr großen Unsicherheit.

Unter der Parallaxe des Mondes ist nach dem früher bei der Sonnenparallaxe gesagten der Winkel zu verstehen, unter welchem vom Monde aus der Erdhalbmesser erscheint. Wir haben vorhin gesehen, daß, wenn der aufsteigende Knoten der Mondbahn im Frühlingspunkte liegt, der Mond an zwei entgegengesetzten Punkten seiner Bahn einmal um 28° 36′ nördlich, das andere Mal um 28° 36′ südlich vom Äquator steht. Es seien M_1 und M_2 (Fig. 21) diese Stellungen des Mondes, E der Erdmittelpunkt, EA die Ebene des Erdäquators. Mißt man in O auf der Erdoberfläche die Zenitdistanzen des Mondes ZOM_1 und ZOM_2, so ist $ZOM_1 = ZEM_1 + p_1$ und $ZOM_2 = ZEM_2 + p_2$, also $ZOM_2 - ZOM_1 = M_1EM_2 + p_2 - p_1$. Da $M_1EM_2 = 57° 12′$ ist, erhält man aus der Beobachtung $p_2 - p_1$, also die Differenz der Winkel, unter welchen der Erdhalbmesser EO vom Monde aus gesehen in den beiden Stellungen erscheint, oder die Differenz der Parallaxen. Richtet man es so ein, daß der Beobachtungsort O unter einer geographischen Breite von 28° 36′ liegt, so hat er den Mond bei M_1 im Zenit und der Winkel p_1 wird Null, so daß man dann p_2 direkt durch die Beobachtung findet. Dies ist die von Ptolemäus angewandte Methode der Beobachtung.

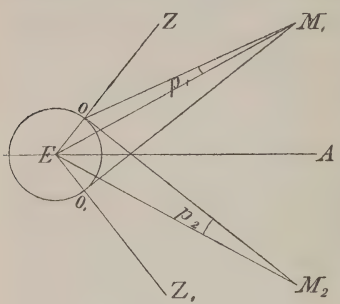


Fig. 21.

Beobachtet man den Mond von zwei Punkten O, O_1 auf der Erdoberfläche gleichzeitig, indem man die Winkel ZOM_1 und $Z_1O_1M_1$ mißt, so kennt man in dem Viereck M_1OEO_1 die Winkel bei O und O_1, während der bei E gleich ist der Summe der geographischen Breiten, und kann dann das Verhältnis der Mondentfernung zum Erdradius berechnen. So hat man gefunden, daß die mittlere Entfernung des Mondes gleich 60.2669 Erdbahnhalbmesser oder 384 394 km ist entsprechend dem Werte 57′ 2″.68 der Mondparallaxe. Die größte Entfernung ist 407 138 km, die kleinste 356 670 km.

Der Radius der Mondscheibe in der mittleren Entfernung von der Erde ist nach der Beobachtung 15′ 32″.59, der lineare Mondradius ist demnach 0.272 518 des Erdhalbmessers oder 1738.2 km. Das Volumen des Mondes ist etwa der 49. Teil des Erdvolumens. Die genauesten Messungen haben keine Abweichung der Mondscheibe von der Kreisform erkennen lassen.

Der Anblick des Mondes zeigt, daß er uns immer dieselbe Seite zukehrt. Das ist nur möglich, wenn er genau in derselben Zeit, in welcher er einmal um die Erde läuft, also in einem synodischen Monat, sich auch einmal um seine Achse dreht. Die genauere Beobachtung der Formationen auf der Mondoberfläche hat ergeben, daß diese Drehung völlig gleichförmig erfolgt und an den Ungleichheiten der Mondbewegung nicht teilnimmt.

Die Mondachse steht fast senkrecht zur Ekliptik, so daß der Mondäquator gegen die Ekliptik nur unter einem Winkel von 1° 32′ 6″ (nach Hayn) geneigt ist. Der aufsteigende Knoten des Mondäquators auf der Ekliptik fällt mit dem absteigenden Knoten der Mondbahn auf der Ekliptik zusammen. Die Ebene des Mondäquators, die Mondbahn, und die Ekliptik haben also eine gemeinsame Schnittlinie, und die Ebene der Ekliptik liegt zwischen der Ebene des Mondäquators und der Mondbahn (Fig. 22). Diese

Cassinischen Gesetze weisen darauf hin, daß die Anziehung der Erde die Rotation des Mondes in bestimmender Weise beeinflußt. Sie erfordern die Annahme, daß der Mondkörper die Gestalt eines Ellipsoids habe, dessen drei Achsen verschieden sind und dessen längste Achse auf die Erde zu gerichtet ist. Der Unterschied der Achsen ist aber zu gering, um durch die Beobachtung festgestellt werden zu können. Nach Franz wäre die Verlängerung nach der Erde zu noch nicht 2 km groß.

Die Ebene des Mondäquators ist gegen die Ebene der Mondbahn geneigt unter einem Winkel von 6° 40′ 46″, d. i. die Summe der Neigungen der Mondbahn und des Mondäquators gegen die Ekliptik. Es folgt daraus, daß für die im Mittelpunkte der Mondbahn befindliche Erde hinsichtlich der Sichtbarkeit der Mondoberfläche ganz ähnliche Verhältnisse herrschen müssen, wie hinsichtlich der Beleuchtung der Erde durch die Sonne. An die Stelle der Schiefe der Ekliptik tritt nur die Neigung des Mondäquators gegen die Mondbahn. Wie also innerhalb eines Umlaufs der Erde um die Sonne die Lichtgrenze einmal um 23° 27′ über den Nordpol hinaus, im entgegengesetzten Punkte der Bahn um 23° 27′ über den Südpol hinaus reicht, so muß auch beim Monde während einer Lunation die Grenze des uns sichtbaren Teils des Mondkörpers einmal um 6° 51′ über den Nordpol, ein anderes Mal um 6° 51′ über den Südpol reichen, so daß uns bei passender Beleuchtung diese Teile der abgewandten Mondhälfte sichtbar werden. Dieser Vorgang wird bezeichnet

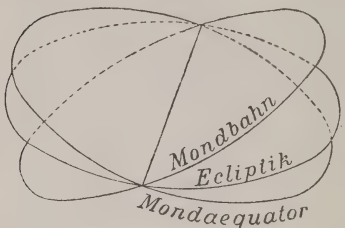


Fig. 22.

als die Libration in Breite. Da die Rotation des Mondes vollkommen gleichmäßig, die Bewegung in der Bahn aber ungleichmäßig erfolgt, so ist die auf uns zu gerichtete Achse des Mondkörpers der Richtung nach der Erde teils voraus, teils hinter ihr zurück. Da nun in dieser letzteren Linie der Mittelpunkt der sichtbaren Mondhälfte liegt, so können wir auch in der Richtung des Mondäquators in einem Teile der Bahn am Ostrande und im anderen Teile am Westrande ein Stück der hinteren Mondhälfte sehen. Diese Libration in Länge beträgt 7° 54′. Eine dritte Wirkung gleicher Art geht daraus hervor, daß der Beobachter sich auf der Erdoberfläche und nicht im Erdzentrum befindet. Erfolgte die Bewegung des Mondes in einem Kreise, so wäre die durch die Mitte der sichtbaren Mondhälfte gehende Achse des Mondes immer auf den Erdmittelpunkt gerichtet. Für diejenigen Punkte der Erdoberfläche, die den Mond im Horizonte hätten, würde aber die Gesichtslinie nach dem Mondmittelpunkte mit der Achse einen Winkel bilden, der gleich ist dem Winkel, unter welchem, vom Monde aus gesehen, der Erdhalbmesser erscheint, sie werden also in der Richtung des zum Beobachtungsorte gehörenden Erdradius um den Betrag dieser Parallaxe (1° 1′ 35″ im Maximum) über die für den Erdmittelpunkt geltende Sichtbarkeitsgrenze hinaussehen. Dieses ist die parallaktische Libration. Durch das Zusammenwirken aller drei Librationen ergibt sich, daß der uns niemals sichtbar werdende Teil der Mondoberfläche und ebenso der niemals für uns unsichtbare Teil sich auf je 41% der Gesamtoberfläche beläuft und daß 18% uns zeitweise sichtbar, zeitweise unsichtbar sind.

11. Von den Finsternissen und Bedeckungen.

Die Achse des von der Sonne erzeugten Schattenkegels der Erde ist nach einem der Sonne gerade gegenüberliegenden

Punkte der Ekliptik gerichtet. Wenn nun zur Zeit des Vollmondes die Breite des Mondes klein ist, wenn er also in der Nähe der Knoten steht, so wird er in den Erdschatten eintreten können.

Der Schatten besteht aus zwei verschiedenen Teilen, einem inneren Kegel, dem Kernschatten, in den gar kein Sonnenlicht gelangt, und einem ihn umgebenden zweiten Mantel, dem Halbschatten, in den nur ein Teil der Sonnenscheibe Lichtstrahlen werfen kann. In der Entfernung des Mondes ist der Durchmesser des Kernschattens der Erde im Mittel $2^2/_3$ mal so groß wie der Durchmesser der Mondscheibe; diese kann also ganz hineintreten. Die Bedingungen für den

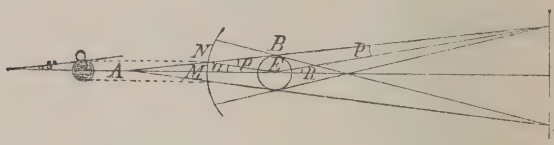


Fig. 23.

Eintritt einer Mondfinsternis ergeben sich leicht aus Fig. 23. Nennen wir den Winkel SES_1, unter welchem der Radius der Sonnenscheibe von der Erde aus gesehen wird, R, den Winkel ES_1B, unter welchem von der Sonne aus gesehen der Erdhalbmesser erscheint, also die Sonnenparallaxe, P, den Winkel BNE, unter welchem vom Monde aus der Erdhalbmesser erscheint, die Mondparallaxe, p und endlich den Winkel NEM, unter welchem von der Erde aus der Radius des Kernschattens erscheint, u, so haben wir im Dreieck AEN: $\sphericalangle NAE = p - u$ und im Dreieck AES_1: $\sphericalangle NAE = R - P$; daraus folgt $p - u = R - P$ oder $u = P + p - R$. Mit den früher gegebenen Zahlenwerten $P = 9''$, $p = 57' 2''$, $R = 15' 59''$ folgt also $u = 41' 12''$ als mittlerer Wert. Der Kernschatten der Erde ist also in der mittleren

Entfernung des Mondes ein Kreis von 41′ 12″ Halbmesser, dessen Mittelpunkt in der Ekliptik liegt. Soll der Mond ihn wenigstens berühren, so darf sein Mittelpunkt vom Mittelpunkte des Kreises um den Mondhalbmesser entfernt sein, also 41′ 12″ + 15′ 33″ = 56′ 45″. Soll der Mond aber ganz in dem Kernschatten verschwinden, so darf sein Abstand von der Ekliptik nicht größer sein, als der um den Mondradius verkleinerte Halbmesser des Schattenkreises, also 41′ 12″ — 15′ 33″ = 25′ 39″. Wird nur ein Teil der Mondscheibe verfinstert, so nennen wir die Erscheinung eine partielle Mondfinsternis; wird die ganze Mondscheibe vom Erdschatten bedeckt, so heißt die Finsternis total. Da die Mondbahn gegen die Ekliptik unter einem Winkel von etwa 5° geneigt ist, tritt der kleinste Abstand des Mondmittelpunktes vom Mittelpunkte des Schattenkreises nicht in dem Breitenkreise des Schattenmittelpunktes, sondern in einer gegen diesen Kreis unter 5° geneigten Richtung ein, und deshalb darf die Breite des Mondes in dem Augenblicke, wenn er den Breitenkreis des Erdschattens passiert, d. h. im Vollmonde, um $^1/_{400}$ größer sein als der Radius des Schattenkreises. Es tritt also eine partielle Finsternis ein, wenn die Breite des Mondes zur Zeit des Vollmondes kleiner als 56′ 49″, eine totale, wenn sie kleiner als 25′ 43″ ist. Für den Eintritt in den Halbschatten der Erde finden sich in ähnlicher Weise die Grenzwerte der Mondbreite zu 1° 28′ 43″ und 57′ 37″. Wegen der Wirkung der Erdatmosphäre, die den Schatten etwas vergrößert, müssen die Zahlen noch weiter um ihren 50. Teil vergrößert werden.

Mond und Erdschatten bewegen sich in der Ekliptik in östlicher Richtung, der Mond aber schneller als der Erdschatten. Es tritt daher der Mond an dem westlichen Rande des Erdschattens ein, oder es wird der Ostrand des Mondes zuerst verfinstert. Die Mondfinsternisse sind immer für alle Orte,

die den Mond über dem Horizonte haben, gleichzeitig zu sehen, und für alle Erdorte ist auch in demselben Augenblicke die Erscheinung die gleiche. Geht der Mond zentral durch den Erdschatten, so kann er zwei Stunden total verfinstert sein, während die ganze Finsternis also von Anfang bis Ende der partiellen Finsternis mehr als vier Stunden umfaßt. Wegen der Unbestimmtheit der Schattengrenzen ist die Erscheinung der Mondfinsternisse nur einer rohen Beobachtung zugänglich.

Zur Zeit des Neumondes hat der Mond einen Schattenkegel, dessen Spitze, wenn der Neumond mit der Erdnähe zusammenfällt, im Abstande von 1.057 Mondbahnhalbmessern, wenn aber der Neumond zur Zeit der Erdferne eintritt, im Abstande von 0.883 Mondbahnhalbmessern liegt. Im ersteren Falle wird also die Spitze des Schattenkegels die Erde treffen können, im letzteren Falle aber kann sie die Erdoberfläche nicht erreichen, weil der Erdhalbmesser nur 0.015 Mondbahnhalbmessern entspricht, der nächste Punkt der Erdoberfläche sich also in der Entfernung 0.985 Mondbahnhalbmesser vom Monde befindet. In dem vom Mondschatten bedeckten Teile der Erdoberfläche ist die Sonne den Blicken durch den Mond vollständig entzogen, wir haben eine *totale Sonnenfinsternis*. Im Bereiche des Halbschattens des Mondes dagegen herrscht eine *partielle Sonnenfinsternis*. Erreicht die Spitze des Schattenkegels die Erdoberfläche nicht, trifft aber die Achse des Kegels die Erdoberfläche, so findet an der betreffenden Stelle eine zentrale Bedeckung der Sonne durch den Mond statt; weil aber der Mond kleiner als die Sonne erscheint, ist die Finsternis nicht total, sondern *ringförmig*.

Fig. 24.

Eine Sonnenfinsternis findet statt, sobald der Mond in den die Sonne und die Erde einhüllenden Kegelmantel eintritt. Sind E, S, Fig. 25, Erd- und Sonnenmittelpunkt, also ES der Erdbahnhalbmesser, und M ein Punkt dieser Linie in der Entfernung des Mondes, so ist MM_1 der Radius des Kegels in der Entfernung des Mondes. Soll der Mond eine Sonnenfinsternis hervorrufen, so muß er um weniger als MM_1 von der Ekliptik abstehen. Wenden wir die Bezeichnung von Fig. 23 wieder an, so ist $\sphericalangle M_1EM = \sphericalangle M_1ES_1 + \sphericalangle S_1ES$, also da $\sphericalangle M_1ES_1 = \sphericalangle BM_1E - \sphericalangle BS_1E = p - P$ und $\sphericalangle S_1ES = R$ ist, wird $u = p - P + R$. Der größte Wert, den der Abstand des Mondes von der Ekliptik haben darf, damit wenigstens ein Randpunkt in den Kegel eintrete, also eine partielle Finsternis entstehe, ist noch um den Mondradius

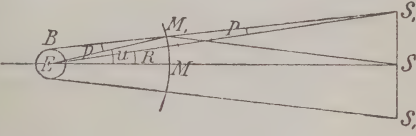


Fig. 25.

größer, also $= r + R + p - P$. Setzen wir die Werte für die vier Größen ein und nehmen wieder auf die wegen der Neigung der Mondbahn erforderliche Vergrößerung Rücksicht, so findet sich der Wert 1° 34′ 17″, wenn der Mond in der Erdnähe ist, und 1° 23′ 5″, wenn der Mond in der Erdferne ist. Soll aber eine totale oder ringförmige Finsternis entstehen, so muß der ganze Mond in den Kegel eintreten, sein kleinster Abstand von der Achse muß also um den Mondradius kleiner als u, folglich $= R - r + p - P$ sein. Wir finden dafür in der Erdnähe des Mondes 1° 1′ 43″, in der Erdferne 0° 53′ 43″. Ist also die Breite des Mondes zur Zeit des Neumondes kleiner als 53′ 43″, so findet gewiß eine totale, ist sie kleiner als 1° 23′ 5″, so findet gewiß eine partielle Sonnenfinsternis statt.

Der größte Abstand von der Spitze des Kernschattenkegels, bis zu welchem die Erde in den Kegel tauchen kann, ist etwa 0.07 der ganzen Höhe des Kegels. Der Durchmesser des Kegels ist an dieser Stelle 237 km. In äquatorealen Gegenden bedeckt also der Kernschatten in diesem Falle einen Kreis von 237 km Durchmesser. In polaren Gegenden würde der auf der Erdoberfläche bedeckte Raum viel größer sein können. Da die Achse des Schattens sich mit dem Monde bewegt, und zwar schneller als die Erde, so streicht der Kernschatten über die Erdoberfläche hinweg in der Richtung von West nach Ost von dem Punkte, wo er die Erde zuerst berührt, bis zum Punkte der letzten Berührung. Die Linie, in der die Kegelachse die Erdoberfläche schneidet, heißt die Linie der Zentralität; die zu ihr symmetrisch liegende Zone, die vom Kernschatten bedeckt wird, heißt die Zone der Totalität, bzw. die Zone der ringförmigen Finsternis, je nachdem, ob die Spitze des Schattenkegels die Erdoberfläche erreicht oder nicht. Zu beiden Seiten dieser Zone liegt dann die Zone der partiellen Finsternis. Fig. 26 stellt die Sichtbarkeitsverhältnisse der ringförmigen Finsternis vom 21. Oktober 1911 dar.

Fig. 26.

Der Anblick und der Verlauf einer Sonnenfinsternis ist also für die verschiedenen Erdorte ganz verschieden. Je weiter ein Ort von der Linie der Zentralität absteht, um so kleiner wird das vom Monde im Maximum der Finsternis bedeckte Stück der Sonnenscheibe. Alle diese Verhältnisse kann man natürlich genau im voraus berechnen.

Das Maximum der Zeit des Verweilens eines Punktes der Erdoberfläche im Kernschatten des Mondes ist $7^m\,58^s$. Meistens ist aber die Dauer der Totalität viel kürzer.

Da der Eintritt der Finsternisse gebunden ist an die Bedingung, daß der Abstand des Mondes von der Ekliptik einen bestimmten kleinen Wert nicht überschreiten darf, so können sie beim Neumond bzw. Vollmond nur eintreten, wenn der Mond sich in der Nähe der Knotenpunkte befindet, oder auch, wenn die Sonne diese Knotenpunkte passiert. Daher gibt es in jedem Jahre zwei um etwa ein halbes Jahr auseinanderliegende, die Zeiten des Durchganges der Sonne durch die Knoten der Mondbahn umschließende Zeiträume, in denen Finsternisse eintreten können. Diese Zeiträume umfassen für die Sonnenfinsternisse je 36, für die Mondfinsternisse je 23 Tage. In jedem Jahre ereignen sich mindestens zwei Finsternisse; beide sind dann totale oder ringförmige Sonnenfinsternisse. Die größte Zahl der in einem Jahre überhaupt möglichen Finsternisse ist sieben, wovon fünf Sonnenfinsternisse und zwei Mondfinsternisse sind. Für die Erde als Ganzes sind die Sonnenfinsternisse häufiger als die Mondfinsternisse, etwa im Verhältnis 4:3. Für einen gegebenen Ort aber ist das Umgekehrte der Fall wegen des beschränkten Sichtbarkeitsbereichs der Sonnenfinsternisse.

Wie wir früher sahen, wiederholen sich nach 242 drakonitischen Monaten = 18 julianischen Jahren und $11^1/_7$ Tagen die gleichen Stellungen des Mondes in bezug auf Erde und Sonne. Da nun 242 drakonitische Monate auch bis auf 53^m

gleich 223 synodischen Monaten sind, so fallen nach Verlauf der angegebenen Zeit die Vollmonde und Neumonde wieder nahe in dieselben Punkte der Mondbahn sowohl als auch der Erdbahn. Es müssen sich also die Finsternisse in derselben Reihenfolge wiederholen. Diese Periode, die Saros (Wiederholung) genannt wurde, war schon den Chaldäern bekannt. Da die Periode von 223 synodischen Umläufen um 0.32 Tage $= 7^h\,42^m$ länger als 6585 Tage ist, so ereignen sich die Finsternisse für einen gegebenen Erdort zu einer um den Betrag von $7^h\,42^m$ späteren Zeit. Die Sichtbarkeitszone ist also auf der Erde nach Westen verschoben.

Ebenso wie der Mond bei den Sonnenfinsternissen die Strahlen der Sonne hindert, in unser Auge zu gelangen, kann er auch die Sterne für uns verdecken. Es entsteht dann eine Sternbedeckung. Der den Stern und den Mond einhüllende Kegel geht, weil die Entfernung der Sterne als unendlich groß anzusehen ist, über in einen Zylinder, und daher findet die Bedeckung des Sternes auf der Erdoberfläche statt in einer Zone, welche die Breite des linearen Monddurchmessers hat, also etwa $^1/_4$ Erddurchmesser gleichkommt. Bedeckt werden können überhaupt alle Sterne, welche in einer zur Ekliptik symmetrisch liegenden Zone sich befinden, deren Grenzen von der Ekliptik um den Maximalwert der Breite des Mondrandes abstehen. Dieser Maximalwert für Punkte der Erdoberfläche ist gleich der Summe aus der Neigung der Mondbahn, dem Mondradius und der Mondparallaxe, also nach den früher gegebenen Zahlenwerten gleich $6°\,39'.9$. Die Sterne liegen also in einem $13°\,20'$ breiten Gürtel. Bei jedem Umlauf bedeckt der Mond alle Sterne in einem $32'$ breiten, gegen die Ekliptik $5°$ geneigten Streifen des Gürtels, und dieser Streifen überstreicht nun mit der rückläufigen Bewegung der Knotenlinie den ganzen Gürtel in einem Zeitraum von $18^2/_3$ Jahren. Es erfolgen

daher Bedeckungen eines bestimmten Sternes in der Nähe der Ekliptik in Zwischenräumen von $9^1/_3$ Jahren. Bei Sternen an der Grenze des Gürtels erfolgen dagegen mehrere Bedeckungen in aufeinanderfolgenden Lunationen, und dann tritt eine Pause ein, so daß zwei solche Reihen um $18^2/_3$ Jahre auseinander liegen.

Bei der Bedeckung verschwinden die Sterne am Ostrande des Mondes, während der Austritt am Westrande erfolgt. Da beide Phänomene plötzlich erfolgen, sind sie einer sehr scharfen Auffassung zugänglich und geben ein ausgezeichnetes Mittel zur Längenbestimmung; es gilt das besonders von den Eintritten am dunklen Mondrande.

IV. Von den Planeten.

12. Scheinbare Bewegung der Planeten.

Eine der ersten Wahrnehmungen, die sich der Beobachtung darboten, war die, daß außer Sonne und Mond noch fünf der hellsten Sterne am Himmel gegenüber der ganzen übrigen Zahl stets in unveränderlicher gegenseitiger Stellung verharrender Sterne eine Bewegung zeigten, die sie in dem uns schon aus der Beobachtung der Sonnenbewegung bekannten Tierkreise herumführte. Diese fünf Wandelsterne oder Planeten sind: Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn. Zu ihnen sind in neuerer Zeit noch zwei weitere Glieder von gleicher Bedeutung, Uranus und Neptun, und eine ganze große zusammengehörige Familie, die kleinen Planeten, hinzugekommen.

Die fünf schon im Altertum bekannten Planeten unterscheiden sich von den Sternen außer durch ihre Bewegung noch durch ihr ruhiges Licht, sie zeigen nicht das Funkeln und das Szintillieren des Sternenlichtes und sind daran für das Auge schon zu erkennen. Das Fernrohr offenbarte aber bald

die wesentliche Verschiedenheit im Anblicke, darin bestehend, daß die Planeten Scheibchen von mehr oder weniger großem Durchmesser besitzen, auf denen man bei einigen Oberflächengestaltungen unterscheidet.

Die scheinbare Bewegung der Planeten unterscheidet sich von derjenigen von Sonne und Mond besonders dadurch, daß, während diese beiden sich immer, wenn auch mit wechselnder Geschwindigkeit, in östlicher Richtung bewegen, die Bewegung der Planeten zwar im größeren Teile ihrer schein-

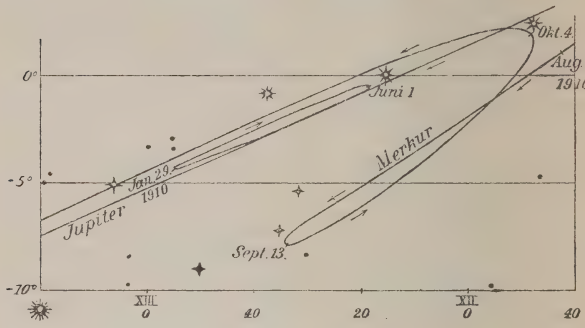


Fig. 27.

baren Bahn gleichfalls eine östliche, wir nennen sie rechtläufige, ist, daß diese dann zu einer gewissen Zeit langsamer und langsamer wird, bis schließlich der Planet scheinbar still steht unter den Sternen, wir sagen, er sei stationär, daß dann die Bewegung erst langsam, dann schneller in westlicher Richtung erfolgt, der Planet ist rückläufig, und nun die Vorgänge in umgekehrter Reihenfolge sich wiederholen. Die rechtläufige und die rückläufige Bewegung erfolgen in etwas verschiedener Entfernung von der Ekliptik, so daß die scheinbare Bewegung sich darstellt wie eine Schleife. In

der Fig. 27 ist die Bewegung von Merkur und Jupiter im Jahre 1910 dargestellt.

Die Planeten Merkur und Venus entfernen sich nie erheblich von der Sonne, Merkur nicht mehr als $28\frac{1}{2}°$, Venus nicht mehr als 48°. Merkur bleibt daher meistens in den Sonnenstrahlen ganz verborgen, und nur zur Zeit seines größten Abstandes von der Sonne, seiner größten Elongation, gelingt es ihn mit freiem Auge zu erblicken. Befinden diese beiden Planeten sich in östlicher Elongation, so gehen sie später als die Sonne unter und heißen Abendsterne, bei westlicher Elongation sind sie nur vor Sonnenaufgang am östlichen Himmel zu sehen und heißen Morgensterne. Zweimal erscheinen diese Planeten in ihrer scheinbaren Bahn mit der Sonne in gleicher Richtung. Diese Stellung nennen wir die Konjunktion. Wenn dabei der Planet zwischen Sonne und Erde sich befindet, so sprechen wir von der unteren Konjunktion, während in der oberen Konjunktion der Planet von der Erde aus gesehen, jenseits der Sonne sich befindet. Zwischen der oberen und unteren Konjunktion liegt die östliche Elongation, der Planet ist Abendstern; zwischen der unteren und oberen ist er Morgenstern. Merkur und Venus werden als die unteren Planeten bezeichnet.

Die scheinbaren Bahnen der oberen Planeten, also soweit sie hier zu betrachten sind, Mars, Jupiter, Saturn, unterscheiden sich von denen der unteren dadurch, daß sie nicht an die Nähe der Sonne gebunden sind. Die Planeten befinden sich zuzeiten in der Richtung nach der Sonne, zu anderen Zeiten aber auch gerade in der entgegengesetzten Richtung. Die Gestalt der scheinbaren Bahn zeigt aber dieselben charakteristischen Merkmale. Unter der Bezeichnung Konjunktion, Opposition, Quadratur verstehen wir bei diesen Planeten ebenso wie beim Monde die Stellungen,

in denen der Unterschied ihrer Längen von derjenigen der Sonne 0°, 180° oder 90° ist. Zur Zeit der Konjunktion sind die Planeten uns nicht sichtbar, sie stehen jenseits der Sonne und kulminieren mittags, zur Zeit der Opposition kulminieren sie um Mitternacht; sie haben dann die größte rückläufige Bewegung.

Die Zeit, die zwischen zwei aufeinander folgenden Wiederholungen derselben scheinbaren Stellung zur Sonne liegt, nennt man einen *synodischen Umlauf*. Für die einzelnen Planeten ist die Länge desselben folgende:

	Synodischer Umlauf		Siderischer Umlauf	
Merkur	0 Jahr	115.88 Tage	0 Jahr	87.97 Tage
Venus	1 „	218.67 „	0 „	224.70 „
Mars	2 „	49.44 „	1 „	321.73 „
Jupiter	1 „	33.63 „	11 „	314.84 „
Saturn	1 „	12.74 „	29 „	166.95 „
Uranus	1 „	4.41 „	84 „	4.93 „
Neptun	1 „	2.24 „	164 „	287.14 „

Wegen der Ungleichheiten der Bewegungen sind dies aber nur die mittleren Werte der Zeiten, nach deren Ablauf dieselben Konstellationen wiederkehren.

Die Erklärung dieser scheinbaren Bewegungen der Planeten bildet das Ziel der sogenannten *Weltsysteme*. Die erste uns überlieferte Darstellung war die des Eudoxus durch eine Reihe von Kreisbewegungen. Für jeden einzelnen Planeten nahm er zunächst einen Kreis, dessen Mittelpunkt mit dem Erdmittelpunkte zusammenfällt, an; auf seiner Peripherie bewegt sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit der Mittelpunkt eines zweiten Kreises, der wieder einen dritten trägt, und so fort. Jede Ungleichheit der Bewegung erfordert einen besonderen Kreis. Auf dem letzten bewegt sich dann der Planet. Erst Ptolemäus übertrug auf die Planeten die Hipparchsche Hypothese des exzentrischen

Kreises, die wir schon früher bei der Sonne kennen lernten (S. 57), und gab damit eine für die damalige Kenntnis der scheinbaren Bewegungen vollständig ausreichende Erklärung. Nach Ptolemäus bewegt sich der Planet mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf der Peripherie eines Epizykel genannten Kreises, und der Mittelpunkt des Epizykels, ebenfalls mit gleichförmiger Geschwindigkeit, auf der Peripherie eines anderen Kreises, des Deferenten. Die Erde steht exzentrisch innerhalb des Deferenten. In Fig. 28 ist nach dieser Hypothese eine Bewegung konstruiert, unter der vereinfachenden Annahme, daß die Ebene des Epizykels mit der Ebene des Deferenten zusammenfällt, was immer nahe der Fall ist. M ist der Mittelpunkt des Deferenten, auf seiner Peripherie liegen in gleichen Abständen die Punkte *1*, *2*, *3*, *4*, *5* ..., in diese ist der Mittelpunkt des Epizykels gelegt, und auf seiner Peripherie ist dann wieder ein bestimmter Bogen, immer von dem zum Mittelpunkte des Epizykels gehörenden Radius des Deferenten beginnend, der Ordnungszahl des Punktes entsprechend, abgetragen. So entstehen die Punkte 1, 2, 3, 4, 5 ..., deren Verbindung den Lauf des Planeten ergibt. Durch den Verhältnissen entsprechende Wahl der Lage von M zur Erde E, der beiden Radien und der beiden Geschwindigkeiten, kann man in der Tat eine den Beobachtungen nahe gerecht werdende Darstellung erreichen. Zu

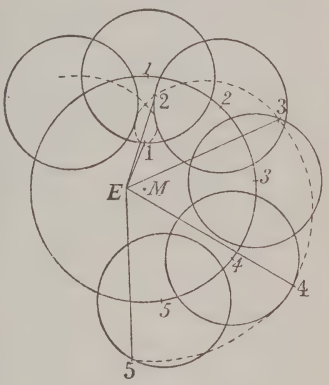


Fig. 28.

Ptolemäus' Zeiten war die Darstellung völlig ausreichend, später mußte man allerdings, um weitere Ungleichheiten aufzuklären, zu mehreren aufeinander rollenden Epizykeln seine Zuflucht nehmen. Dies sind die Grundzüge des geozentrischen Systems, in welchem die ruhende Erde im Mittelpunkte der Welt stand.

Nach der Ptolemäischen Hypothese war für Sonne, Merkur und Venus die tägliche Bewegung des Mittelpunktes des Epizykels auf dem Deferenten 0° 59′ 8″.3, für Mars, Jupiter und Saturn andererseits war die Summe der beiden Geschwindigkeiten des Epizykels auf dem Deferenten und des Planeten im Epizykel ebenso groß. Es war z. B. beim Mars die tägliche Bewegung des Epizykels 0° 31′ 36″.6 und die tägliche Bewegung des Planeten auf dem Epizykel 0° 27′ 41″.7, was als Summe wieder 0° 59′ 8″.3 ergibt. Dieser Umstand und dann die Wahrnehmung, daß die Helligkeiten der Planeten der aus der geozentrischen Theorie folgenden Entfernung häufig widersprachen, waren die Haupteinwände, die Kopernikus gegen die Lehre des Ptolemäus erhob und die ihn veranlaßten, eine einfachere Darstellung zu suchen. Nach der Kopernikanischen Lehre bewegen sich die Planeten mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf Kreisen. Die Sonne ist der Mittelpunkt des ganzen Systems, daher heliozentrisches System. Sie steht aber exzentrisch zu den einzelnen Kreisen. Nur für die Mondbahn ist die Erde der Mittelpunkt. In Fig. 29 ist eine dieser Hypothese entsprechende Konstruktion ausgeführt. Es sind wieder *1*, *2*, *3*,

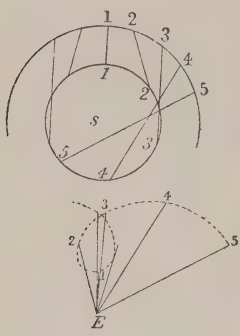


Fig. 29.

4, 5 ... die Stellungen der Erde, 1, 2, 3, 4, 5 ... die Stellungen eines oberen Planeten, die Verbindungslinien *I*1, *22*, *33* ... sind dann nebenstehend von einem Punkte aus nach Richtung und Größe aufgetragen. Die Verbindungslinie der Endpunkte stellte die Bewegung des Planeten dar, wie sie uns erscheinen müßte. Das Resultat ist ganz übereinstimmend mit dem früheren, wie sich ohne weiteres erwarten läßt, da wir in der Ptolemäischen Darstellung nur an die Stelle des Epizykels die Erdbahn, an die Stelle des Deferenten die Planetenbahn zu setzen haben, um Übereinstimmung zu erzielen. Zur Erklärung der weiteren Ungleichheiten hatte auch Kopernikus die Epizykelntheorie nötig. Nur die tägliche Bewegung der Gestirne, die veränderliche Geschwindigkeit und die Rückläufigkeit der Bewegung war in ungezwungener und natürlicher Weise erklärt. Da aber die Hypothese des exzentrischen Kreises der Wahrheit nicht entsprach, so blieben die Abweichungen zwischen Beobachtung und Theorie gleich groß.

Das wesentlichste Element in der heliozentrischen Hypothese ist die Zeit eines Umlaufs im exzentrischen Kreise, also die Zeit, nach deren Ablauf der Planet, von der Sonne aus gesehen, dieselbe Stellung hat, d. h. seine heliozentrische Länge dieselbe ist. Wir nennen diese Zeit die siderische Umlaufszeit. Sie ist in der Zusammenstellung auf S. 94 sogleich mit aufgeführt. Um diese Zeiten zu ermitteln, beobachten wir bei den oberen Planeten die Momente zweier aufeinander folgender Oppositionen, d. h. die Momente, in welchen die von der Erde aus gesehene Länge des Planeten, die geozentrische Länge, der um 180° vermehrten geozentrischen Länge der Sonne gleich ist. Wir berechnen nun die Bewegung der Erde in der Zwischenzeit, und der Überschuß der erhaltenen Bewegung über 360° ist die heliozentrische Bewegung des Planeten in der Zwischenzeit. Durch

Division durch die Anzahl der Tage erhalten wir die mittlere tägliche Bewegung und aus ihr die Zeit, die der Planet gebraucht, um 360° zu durchlaufen. Das ist aber das verlangte Resultat. Bei den unteren Planeten beobachten wir zwei aufeinander folgende obere oder untere Konjunktionen und verfahren in ähnlicher Weise. Um die Ungleichheiten in den Bewegungen zu eliminieren, ist es notwendig, daß wir nicht einen synodischen Umlauf beobachten, sondern so viele, bis die Opposition (bzw. Konjunktion) wieder auf dieselbe Länge in den beiden Bahnen fällt, d. h. bis die Opposition an derselben Stelle der Ekliptik wieder erfolgt. Bei den hellen, schon im Altertum bekannten Planeten ist das vorliegende Beobachtungsmaterial so groß, daß die siderischen Umlaufszeiten sehr sicher berechnet sind.

13. Wahre Bewegung der Planeten.

Die Vergleichung der Kopernikanischen Theorie mit den Beobachtungen ließ die Unvollkommenheiten derselben bald zutage treten, und man erkannte auch wohl die Möglichkeit, durch eine von der Kreisform verschiedene Bahn den Beobachtungen besser genügen zu können. Aber erst Kepler gelang es, 1607—1620, die wahren Gesetze der Planetenbewegung zu entdecken.

Als Schüler des großen dänischen Astronomen Tycho Brahe verfügte er über das von jenem gesammelte große und für jene Zeit vorzügliche Beobachtungsmaterial, das vor allem eine große Zahl über die ganze Bahn verteilter Beobachtungen des Mars enthielt. Die Vergleichung ergab ihm nun zunächst, daß ein die beobachteten Längen genügend darstellender exzentrischer Kreis in den beobachteten Breiten ganz unzulässig große Fehler übrig lasse, so daß er sich gezwungen sah, diese Hypothese ganz zu verwerfen. Mit Hilfe der Kenntnis der siderischen Umlaufszeiten sind

wir nun imstande, aus den geozentrischen Richtungsbeobachtungen nach einem Planeten seine Entfernungen im Verhältnis zur Entfernung Erde-Sonne zu berechnen, indem man solche Beobachtungen aufsucht, die um Mehrfache der Umlaufszeit auseinander liegen, also auf denselben Punkt der Bahn fallen und von verschiedenen Punkten der Erdbahn aus erhalten sind. Ist, Fig. 30, S die Sonne, E_1, E_2 die Erde bei zwei solchen Beobachtungen, M der Planet, so können wir, wenn wir die Erdbahn als bekannt voraussetzen, zuerst das Dreieck $E_1\ E_2\ S$ aus der Zwischenzeit $E_1\ E_2$, die den Winkel bei S ergibt, berechnen. Dann läßt sich aber auch das Dreieck $E_1\ E_2\ M$ auflösen, wenn wir aus der Beobachtung die Winkel bei E_1 und E_2 entnehmen. Als Kepler diese Rechnung für die Marsbeobachtungen Tychos ausführte, kam er zu Widersprüchen, die ihn überzeugten, daß die Erdbahn kein exzentrischer Kreis sein könnte. Indem er nun eine Reihe von Punkten M der Rechnung unterwarf, fand er zunächst in mühsamer Arbeit, daß die Erdbahn ein Oval sein müsse, und daß sie dem Gesetze unterworfen sein müsse:

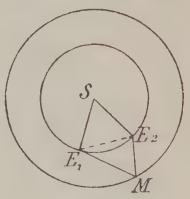


Fig. 30.

Der Radiusvektor der Bahn beschreibt in gleichen Zeiten gleiche Flächen. Wir nennen diesen Satz jetzt das zweite Keplersche Gesetz, obwohl er es früher fand als das erste. Mit den dieser Gestalt der Erdbahn entsprechenden besseren Erdbahnradien nahm er nun die Berechnung der Abstände des Mars in den einzelnen Punkten der Bahn wieder auf und stellte so auch die genäherte Bahn dieses Planeten durch Rechnung her. Er erkannte, daß auch sie dem zuerst gefundenen Gesetze genüge, und fand nach vielen fruchtlosen Versuchen mit verschiedenen Kurven schließlich, daß die genaue Richtigkeit des ersten Gesetzes in der Ellipse

eintrete, und das ergab ihm sein jetzt erstes genanntes Gesetz: Die Planeten bewegen sich in Ellipsen, in deren einem Brennpunkte die Sonne steht. Diesen beiden, die Bewegung der Planeten in ihrer Bahn bestimmenden Gesetzen fügte Kepler schließlich noch das dritte hinzu: Die Quadrate der Umlaufszeiten je zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne. Dieses dritte „harmonische" Gesetz fand Kepler nur durch Spekulation und Probieren, die innere Notwendigkeit und die strenge Fassung ergab erst später Newtons Entdeckung des Gravitationsgesetzes. Zum Beleg dieses dritten Gesetzes können wir der Zusammenstellung auf S. 94 entnehmen, daß die Umlaufszeiten von Merkur und Mars sich genähert verhalten wie 1 zu 8; da $8 = 2 \times 2 \times 2$ ist, verhalten die Umlaufszeiten sich also wie die Kuben von 1 und 2. Die mittleren Entfernungen sollten sich also verhalten wie 1 zu 2×2, d. h. wie 1 zu 4. Ebenso haben wir zwischen Erde und Saturn das genäherte Verhältnis der Umlaufszeiten 1 zu 27, d. h. 1 zu $3 \times 3 \times 3$, und es müßte also das Verhältnis der mittleren Entfernungen 1 zu 9 sein. Die wirklich stattfindenden Verhältnisse sind 1 zu 3.9 im ersten und 1 zu 9.5 im zweiten Falle.

Es gehen also alle Bahnebenen, in denen sich die Körper unseres Sonnensystems bewegen, durch den Mittelpunkt der Sonne, ebenso wie die Bahn der Erde, die Ekliptik. Um die Lage einer solchen Bahn zu bestimmen, geben wir zunächst die Lage der Punkte an, in welchen die Bahn die Ebene der Erdbahn durchschneidet. Wir nennen wieder den Punkt, in welchem der Planet aus südlichen heliozentrischen Breiten in nördliche übergeht, den aufsteigenden Knoten (☊), den anderen Schnittpunkt den absteigenden Knoten (☋). Die Lage der Bahnebene ist bestimmt, wenn wir die Länge eines dieser Punkte kennen und die Neigung, die in diesem

Punkte die Richtung der Bewegung des Planeten mit der Ekliptik bildet. Dies sind die beiden ersten Bahnelemente: Länge des aufsteigenden Knotens (Ω bezeichnet) und Neigung (allgemein i bezeichnet). Ist, Fig. 31, F der Frühlingspunkt, so ist Ω der Winkel F S Ω. Um in der so festgelegten Bahnebene nun die vom Planeten beschriebene Bahn festzulegen, geben wir weiter an die Lage des Perihels P, die wir durch den Winkel Ω S P, der mit ω bezeichnet wird, bestimmen. Es ist auch in Gebrauch die Summe der beiden Winkel F S Ω und Ω S P, die mit π bezeichnet und Länge des Perihels genannt wird, anzugeben. Die große Achse der Bahn geht nun durch die Sonne S und den Punkt P, und es ist S der Brennpunkt der Ellipse. Die Gestalt der Ellipse wird bestimmt durch die Angabe der Länge der halben großen Achse M P = a, ausgedrückt in Erdbahnradien, und durch die Exzentrizität M S. In der Astronomie versteht man unter Exzentrizität nicht die Länge von M S, sondern das Verhältnis dieser Länge zur halben großen Achse; man nennt es e. Durch die angegebenen fünf Elemente ω, Ω, i, a, e ist die beschriebene Bahn vollständig bestimmt, und es fehlt jetzt nur noch die Angabe des Ortes des Planeten in der Bahn zu einer bestimmten Zeit. Diese Zeit nennt man die Epoche, und man gibt für dieselbe an die mittlere Anomalie, d. i. der Winkel M, den der Radiusvektor der Bahn mit dem zum Perihel gehörigen Radiusvektor S P bilden würde, wenn die Bewegung des Planeten in der Bahn vom Perihel aus mit gleichförmiger

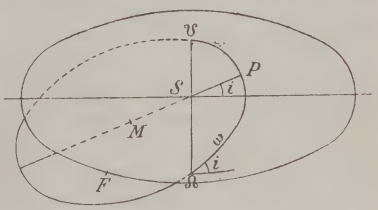


Fig. 31.

Winkelgeschwindigkeit erfolgte, entsprechend der bekannten Umlaufszeit.

Kepler selbst hat für die zu seiner Zeit bekannten Planeten diese von ihm eingeführten Bahnelemente berechnet. Er bediente sich dabei der vorhin beschriebenen Methode, nach der er für einzelne Punkte der elliptischen Bahn die Entfernung von der Sonne, dem Brennpunkte, berechnete. Sind drei solcher Radienvektoren und die zwischenliegenden Winkel bekannt, so ergibt sich daraus auf geometrischem Wege die Gestalt der Ellipse. Knotenlänge und Neigung der Bahn folgen leicht aus Beobachtungen des Planeten in der Nähe der Knotenpunkte. Man findet diese Größen aber auch ohne Hinzuziehung neuer Beobachtungen, wenn man für die zur Bestimmung der Gestalt der Bahn benutzten Beobachtungen die Länge und Breite kennt.

Während für Kepler noch die Aufgabe der Bahnbestimmung eine rein geometrische war, wurde sie durch Newtons Entdeckung der Gravitation auf mechanische Prinzipien zurückgeführt, und die dadurch gegebene Erkenntnis der notwendigen Bedingungen, denen die durch eine anziehende Kraft bewirkten Bewegungen, die Zentralbewegungen, unterworfen sind, machte erst eine vollständige Auflösung der Aufgabe möglich.

14. Von der Gravitationskraft.

Die Auflösung aller Aufgaben der Bewegung stützt sich seit Galileis Zeit auf die drei Grundgesetze der Mechanik. Das erste Prinzip ist das der Trägheit: Jeder Körper verharrt, wenn keine äußere Kraft auf ihn einwirkt, in dem Zustande, in dem er sich in dem Augenblicke befindet, in welchem er sich selbst überlassen wird. Ein sich selbst überlassener, sich bewegender Körper bewegt sich also dauernd geradlinig und mit gleichbleibender Geschwindigkeit in einerlei Richtung weiter.

Beobachten wir eine solche geradlinige, gleichförmige Bewegung, so dürfen wir schließen, daß auf den Körper keinerlei äußere Kraft wirkt. Nach dem zweiten Grundgesetz ist jede auf einen Körper wirkende Kraft der von ihr erzeugten Geschwindigkeit proportional. Die Geschwindigkeit ist bei gleichförmiger Bewegung der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg, bei einer ungleichförmigen Bewegung der Weg, der zurückgelegt werden würde, wenn in der nächsten Zeiteinheit keine Änderung der Bewegung einträte. Wenn der zurückgelegte Weg in jeder folgenden Zeiteinheit größer als in der vorhergehenden ist, so nennt man die Bewegung eine beschleunigte. Die Änderung der Geschwindigkeit von Zeiteinheit zu Zeiteinheit heißt Beschleunigung, die sie hervorrufende Kraft die beschleunigende Kraft. Das dritte Prinzip der Mechanik ist nun das der Zerlegung der Kräfte; es lautet: Die Bahn eines unter dem Einflusse einer beschleunigenden Kraft sich bewegenden Körpers ist in jedem Zeitteilchen die Resultierende derjenigen Bewegung, welche dem Körper nach dem Gesetze der Trägheit innewohnt, und derjenigen, die er unter dem alleinigen Einflusse der beschleunigenden Kraft in dem Zeitteilchen ausführen würde.

Die Anwendung dieser, von Galilei aufgestellten Prinzipien auf Bewegungen, die in geschlossenen Kurven erfolgen, führte Newton zur Entdeckung des Anziehungsgesetzes, das uns jetzt in den Stand setzt, die Bewegung der Planeten in genauester Weise darzustellen und vorauszuberechnen.

Nehmen wir an, es bewege sich ein Körper vermöge einer ihm innewohnenden Geschwindigkeit gleichförmig in der Richtung MN, Fig. 32, und er sei zunächst sich selbst überlassen. Er wird dann in aufeinander folgenden Zeiteinheiten die Wege AB, BC, CD zurücklegen. Nehmen wir irgendeinen Punkt O außerhalb MN an und ziehen die Linien AO, BO, CO, DO, so sind die entstehenden Dreiecke AOB, BOC, COD offenbar

inhaltsgleich, da alle dieselbe Höhe und gleiche Grundlinien haben. Im Punkte D möge nun eine in der Richtung DO wirkende beschleunigende Kraft auftreten, die für sich allein den Körper in der Zeiteinheit nach o führen würde. Nach dem Trägheitsgesetz würde er den Weg DE = CD in der Richtung MN machen. Nach dem dritten Grundsatze bewegt der Körper sich dann nach F, so daß DF die Diagonale des aus Do und DE gebildeten Parallelogramms ist. Die Dreiecke DOF und DOE sind aber wieder inhaltsgleich, da sie gleiche Grundlinie und gleiche Höhe haben. Weil aber auch Dreieck DOE inhaltsgleich den Dreiecken COD, BOC ist, so ergibt sich, wenn wir die gleiche Konstruktion für den Punkt F und dann für weitere Punkte der Bahn ausführen, sofort, daß bei einer solchen Bewegung das Keplersche Gesetz, nach dem die von den Radienvektoren beschriebenen Flächen gleich sein sollen, erfüllt ist. Das wesentliche der angenommenen Bewegungsart ist aber das, daß die auf den Körper in D, F usw. wirkenden beschleunigenden Kräfte sämtlich nach dem Punkte O gerichtet sind. Weiter erkennt man aber auch, daß alle Bahnstücke DF, FH, HK mit der Ausgangsbewegung DE in einer durch O gehenden Ebene liegen. Beachten wir weiter, daß in den inhaltsgleichen Dreiecken DOF, FOH, HOK usw. die Grundlinie die Geschwindigkeit des Körpers, die Höhe sein

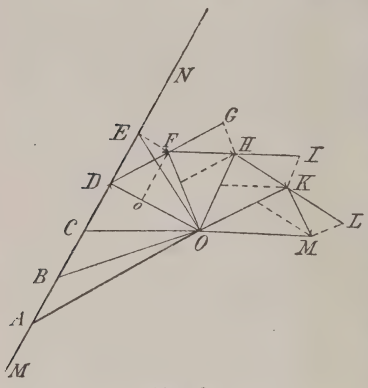


Fig. 32.

Abstand vom Punkte O ist, so verlangt die Konstanz des Inhaltes die Konstanz des Produktes aus Geschwindigkeit und Entfernung. Es ist also bei solchen Bewegungen die lineare Geschwindigkeit umgekehrt proportional der Entfernung vom Mittelpunkt der beschleunigenden Kräfte. Denken wir uns nun das Zeitintervall der einzelnen Bewegungen immer kürzer und kürzer werden, so wird sich die gebrochene Linie DFHK schließlich in eine Kurve verwandeln. Betrachten wir zwei unendlich nahe beieinander liegende Punkte dieser Kurve, so ist der doppelte Inhalt des von den Elementen der Kurve und den beiden zu ihren Endpunkten gehörenden Radienvektoren gebildeten Dreiecks gleich dem Produkte dieser Radienvektoren in den eingeschlossenen Winkel, oder da wir die Radienvektoren als gleich ansehen dürfen und da der eingeschlossene Winkel die Winkelgeschwindigkeit der Bewegung darstellt, gleich dem Produkte aus dem Quadrat der Entfernung vom Kräftemittelpunkte in die Winkelgeschwindigkeit. Die Konstanz des Inhaltes für alle Elemente der Kurve ergibt also den dritten Satz: die Winkelgeschwindigkeit ist umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung vom Kräftemittelpunkte. Bewegungen der betrachteten Art nennen wir Zentralbewegungen, und wir kommen durch Umkehrung der Darstellung zu dem Schlusse, daß, wenn wir einen Körper sich auf einer ebenen Kurve bewegen sehen, derart, daß die lineare Geschwindigkeit umgekehrt proportional dem Abstande von einem Zentrum, die Winkelgeschwindigkeit umgekehrt proportional dem Quadrat dieses Abstandes ist, so steht der Körper unter der Wirkung einer auf dieses Zentrum gerichteten beschleunigenden Kraft.

Nach den Keplerschen Gesetzen sind die Bahnen der Planeten solche Zentralbewegungen und die Sonne ist der Mittelpunkt der beschleunigenden Kräfte. Das gleiche gilt auch für die Mondbahn, für die aber die Erde das Zentrum bildet.

Nun sehen wir alle Körper auf der Erde, wo immer wir uns befinden, der Wirkung einer Kraft unterworfen, deren Gesetze beim freien Fall schon Galilei erforscht hatte. Sollte dieser Kraft, so fragte sich Newton, nicht auch die Bewegung des Mondes folgen? Sollte sie nicht die letzte Ursache aller Bewegungen der Körper unseres Sonnensystems sein? Ein Versuch, die Mondbewegung zu berechnen aus den drei Grundgesetzen, unter der Annahme, daß die Beschleunigungen nur seien ein Fallen nach der Erde und also, da die Entfernung des Mondes von der Erde etwa 60 Erdradien beträgt, gleich seien dem $60 \times 60 = 3600$sten Teile des Fallraumes an der Erdoberfläche, oder da dieser 4.90316 m beträgt, gleich 1.362 mm in der Sekunde, mißlang zunächst (vgl. Seite 23) wegen fehlerhafter Annahme der Entfernung des Mondes, führte aber einige Jahre später, als dieser Fehler erkannt war, zu voller Übereinstimmung. So durfte Newton schließen, die Erde zieht den Mond an, und da kein Grund zu sehen ist, warum die Wirkung der Kraft hier aufhören sollte, so muß auch die Erde die Sonne anziehen, und umgekehrt muß auch die Sonne die Erde und alle Planeten anziehen. Das Gesetz der allgemeinen Gravitation, das er auf Grund dieser Wahrnehmungen verkündete, lautet: *Je zwei Teilchen der Materie ziehen sich gegenseitig an mit einer Kraft, welche im direkten Verhältnis zum Produkt ihrer Massen und im umgekehrten Verhältnis zu dem Quadrat ihrer gegenseitigen Entfernung steht.* Dieses Gesetz ist dasjenige Naturgesetz, welches die allgemeinste Gültigkeit hat und welches völlig uneingeschränkt durch Raum und Zeit, unveränderlich und mit nicht zu umgehender Notwendigkeit die Materie beherrscht. Wie immer die Materie sich auch umgestalten möge, was auch den Raum zwischen den beiden miteinander in Wechselwirkung stehenden Körpern erfüllen möge, das Gesetz behält unweigerlich seine volle Gültigkeit.

Aber das Gesetz ist nur ein aus der Erfahrung abgeleitetes, eine Erklärung vermag man nicht zu geben. Es läßt sich durch mathematische Entwicklungen zeigen, daß alle in unserem Sonnensystem beobachteten Bewegungen sich darstellen als einfache Folgen des einen Gravitationsgesetzes. Wäre nur ein einziger Planet vorhanden, so würde er eine reine Keplersche Ellipse beschreiben. Der Brennpunkt derselben fiele in aller Strenge nicht zusammen mit dem Sonnenmittelpunkte, sondern er läge im Schwerpunkte beider Massen, und Sonne und Planet beschrieben Ellipsen um diesen Punkt. Da die Sonnenmasse aber unverhältnismäßig groß gegenüber den Planetenmassen ist, so wäre die Verschiebung nur eine ganz geringfügige. Für den gemeinsamen Schwerpunkt der beiden Massen würden die drei Keplerschen Gesetze streng erfüllt sein. Das dritte allerdings erst, nachdem es eine kleine Änderung erfahren hat, indem es richtig lauten muß: Die Produkte aus der Summe der Massen in die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich wie die Kuben der großen Achsen. Die Verhältnisse werden aber sofort andere, sobald wir einen dritten Körper hinzuziehen. Da dieser sowohl die Sonne als auch den zuerst betrachteten Planeten anziehen würde, so würde die Bahn dieses letzteren keine reine Ellipse bleiben, es würde überhaupt keine einem einfachen Gesetze unterworfene mathematische Kurve sein. Der Planet würde sich bewegen in einer von der Ellipse je nach der Größe der Einwirkung des dritten Körpers mehr oder weniger abweichenden Linie. Da aber die Massen der Planeten so klein sind, daß ihre Wirkung gegenüber derjenigen der Sonne nur eine untergeordnete Rolle spielt, so sind auch die Abweichungen der Bahn des Planeten von der Ellipse nur klein und nur vorübergehend, und der Planet kehrt nach Ablauf einiger Zeit in seine ursprüngliche Bahn zurück, um vielleicht nach kurzer Zeit infolge der Einwirkung eines dritten Planeten wieder

aus derselben herausgezogen zu werden. Diese Abweichungen von der rein elliptischen Bewegung nennen wir die Störungen, sie sind Konsequenzen desselben Gesetzes, das unbeeinträchtigt die reine elliptische Bewegung erzeugen würde. Die meisten dieser Störungen, welche abhängen von der Stellung der einzelnen Planeten in ihrer Bahn, spielen sich ab im Verlaufe von Tagen oder Monaten oder von einigen Jahren. Sie werden periodische Störungen genannt. Der Betrag, den sie annehmen können, schwankt natürlich sehr nach der Ursache und nach dem Planeten selbst. Für den der Sonne nahen Merkur sind die Störungen am kleinsten, sie erreichen höchstens etwa den Betrag von 15″. Für die weiter von der Sonne abstehenden Planeten können sie aber sehr viel größer werden und den Ort des Planeten am Himmel um einen erheblichen Bruchteil eines Grades beeinflussen. Es tritt das besonders dann ein, wenn die Störungsursache längere Zeit wirkt oder in regelmäßiger Folge wiederkehrt, was der Fall ist, wenn die Umlaufszeiten der beiden Körper nahe in einem einfachen, durch kleine ganze Zahlen auszudrückenden Verhältnisse stehen. Dies ist z. B. der Fall bei Jupiter und Saturn. Hier stehen die beiden Umlaufszeiten etwa im Verhältnis von 2 : 5, indem Jupiter in $59^J\ 113^d$ fünf Umläufe, Saturn in $58^J\ 334^d$ zwei Umläufe vollendet. Es kehren also nahe die gleichen gegenseitigen Stellungen beider Planeten in regelmäßiger Reihenfolge wieder, und es wiederholen sich damit denn auch die gleichen Wirkungen, die sich also für eine lange Zeit summieren und zu immer größerem Betrage anwachsen. In Wirklichkeit ist aber auch diese Störung, wie die genauere Behandlung zeigt, eine an eine Periode von 883 Jahren gebundene.

Nun gibt es noch eine zweite Art von Störungen, welche abhängen von der Lage der Planetenbahnen zur Ekliptik oder von der Lage der Perihelien der Planeten. Diese Störungen

haben Perioden von Tausenden von Jahren und schienen, ehe man die mathematische Entwicklung so weit geführt hatte, daß man Zeiträume von Hunderttausenden von Jahren überblicken konnte, beständig anzuwachsen. Sie wurden deshalb *säkulare Störungen* genannt. Wären solche beständig wachsende Störungen in der Tat vorhanden, so würden sie zur schließlichen Zerstörung des Sonnensystems führen müssen. Die Himmelsmechanik hat aber auch hier schließlich zeigen können, daß die gegenseitige Anziehung der Körper des Systems den Charakter der Bahnen der großen Planeten niemals von Grund aus zu ändern vermöge, und so konnte Laplace dann schließlich das Sonnensystem, soweit es nur abhängig ist von der gegenseitigen Wirkung seiner Glieder, für ein stabiles erklären. Nicht nur die Abweichung des Ortes der Planeten von dem der rein elliptischen Bewegung entsprechenden findet ihre Erklärung durch das Newtonsche Gravitationsgesetz, es ergeben sich auch die Änderungen der Bahnlagen und Bahnformen als notwendige Folgen desselben. So ist die Erscheinung der Präzession eine einfache Folge der Anziehung von Sonne und Mond und in kleinerem Betrage auch der Planeten, weil die Erde nicht genau kugelförmig, sondern am Äquator mit einem Massenüberschuß umgeben ist. Die Anziehung auf diesen Massenring ruft notwendigerweise die Drehung der Rotationsachse der Erde um die Vertikale zur Ebene der Erdbahn hervor. Ebenso bewirken die Anziehungen der übrigen Planeten die sehr langsamen Änderungen der Lage der Ekliptik in bezug auf eine feste Ebene und bei den anderen Planeten und dem Monde die uns schon bekannte rückläufige Bewegung der Knoten- und der Apsidenlinie. Auch die Erscheinung von Ebbe und Flut ergibt sich als Wirkung der Anziehung von Mond und Sonne auf die Wassermassen an der Erdoberfläche, die auf der diesen anziehenden Massen zugewandten Seite einer stärkeren

Anziehung unterworfen sind als der Erdkörper, auf der abgewandten Seite dagegen einer geringeren und die deshalb, weil der feste Erdkörper nur als Ganzes der Anziehung folgen kann, hier voraneilen, dort zurückbleiben.

Die Vollständigkeit dieser Erklärungen und die Richtigkeit aller astronomischen Voraussagungen hatten den Glauben an die strenge Gültigkeit des empirischen Newtonschen Gesetzes zu einem fast unbedingten gemacht. Der größte Triumph, den die auf ihm aufgebaute theoretische Astronomie gefeiert hat, war die Entdeckung des Neptun, dessen Ort auf Grund von kleinen Abweichungen in der Bewegung des Uranus, die in den Beobachtungen Fehler von 2′ erzeugten, von Leverrier und Adams berechnet wurde und der in der Nähe dieses Ortes von Galle auch wirklich gefunden wurde.

Aber ganz restlos war die Erklärung der Bewegungserscheinungen im Planetensysteme doch nicht. Schon Leverrier hatte gezeigt, daß es nicht möglich sei, die Bewegung des Merkur ausreichend darzustellen ohne Einführung von empirischen, durch die Theorie nicht begründeten Gliedern. Das Perihel der Bahn zeigt im Jahrhundert eine Bewegung von fast 10′, während die Theorie einen um 41″.5 kleineren Betrag verlangt; auch in der Bewegung der Knotenlinie der Venusbahn und des Perihels der Marsbahn blieben kleine Beträge, die freilich nicht eine Bogensekunde im Jahrhundert erreichen, unerklärt und ließen die strenge Gültigkeit des Newtonschen Gesetzes zweifelhaft erscheinen. Die Einführung des Relativitätsprinzips durch Einstein gab auch dem Gravitationsproblem eine neue Gestalt. Die auf dieser Anschauung gegründete neue Mechanik verlangt, daß die die Aufeinanderfolge der Erscheinungen beherrschenden Gesetze unabhängig von dem nur für unsere Vorstellung zur Einordnung der Beobachtungen geschaffenen System von Raum und Zeit seien. Gleiche Gesetze müssen die gegenseitige

Wirkung ruhender wie auch beliebig zueinander bewegter Körper bestimmen. Die auf rein mathematischem Wege gefundene Fassung dieser Forderungen führte zu einem Anziehungsgesetz, das in erster Näherung mit dem Newtonschen Gesetze identisch ist. In zweiter Näherung aber fordert es für die elliptische Bahn der Planeten eine Rotation im Sinne der Bewegung, die abhängig ist vom Quadrat des Verhältnisses der Bahngeschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit, und dieses Zusatzglied erklärt vollständig die Perihelbewegung des Merkur und führt auch in anderen Fällen zu einer besseren Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung.

Nach der Theorie könnten die aus den gegenseitigen Störungen folgenden Bahnänderungen niemals die Stabilität des Sonnensystems zerstören. Aber aus der Gezeitenreibung und dem Einfluß eines widerstehenden Mittels ergeben sich Wirkungen, die im Verlaufe von Hunderten von Millionen Jahren eine Umgestaltung des Sonnensystems von Grund aus herbeiführen müßten. Noch sind wir nicht imstande, Spuren dieser Vorgänge sicher nachzuweisen.

15. Masse und Dichtigkeit.

Die Anwendung des Newtonschen Gesetzes verlangt nun noch die Kenntnis der Massen der Körper. Die Anziehung, die der Erdkörper auf Körper an seiner Oberfläche ausübt, messen wir durch den Druck der Körper auf die Unterlage oder durch das Gewicht. Das Gewicht ist aber nur der Masse proportional, nicht etwa gleichbedeutend mit ihr. Die Beschleunigung, die dieselbe Kraft verschiedenen Massen erteilt, ist der Masse umgekehrt proportional, die doppelte Masse erhält nur die halbe Beschleunigung. Nun fällt — wenigstens im luftleeren Raume, wo der Widerstand der Luft fortfällt — eine Kugel aus Kork und eine gleichgroße Kugel aus Blei mit gleicher Geschwindigkeit zur Erde. Die Wägung ergibt aber

daß die Bleikugel fünfzigmal schwerer als die Korkkugel ist. Die Anziehung der Bleikugel durch die Erde ist demnach auch fünfzigmal so stark und, soll sie trotzdem nur dieselbe Beschleunigung erzeugen, so muß auch die in Bewegung gesetzte Masse der Bleikugel fünfzigmal so groß wie die der Korkkugel sein. Daß die Bleikugel und die Korkkugel trotz gleicher Größen verschiedenes Gewicht und in demselben Maße verschiedene Masse haben, erklären wir dadurch, daß die Dichtigkeit der Materie in beiden Körpern verschieden ist, daß beim Blei in demselben Raum fünfzigmal soviel Masseneinheiten sich befinden als beim Kork. Als Einheit der Dichtigkeit (oder des spezifischen Gewichtes) wählen wir das Wasser, und es gibt also die Dichtigkeit an, wievielmal schwerer eine Raumeinheit des betreffenden Körpers ist, als eine Raumeinheit Wasser. Aus Volumen und Dichtigkeit berechnet sich das Gewicht der Körper und demnach das Verhältnis der Massen. Nur bei der Erde sind wir imstande, durch direkte Messungen die Dichtigkeit zu bestimmen, indem wir sie wägen. Wir lernten schon an einer früheren Stelle die Wirkung kennen, die ein Berg auf die Richtung der Lotlinie ausübt. Die Lotrichtung zielt nicht auf den Erdmittelpunkt, sondern das Lot ist nach dem Berge zu abgelenkt. Die Richtung dieser Ablenkung ist nun nach dem Gesetz von der Zusammensetzung der Kräfte die Diagonale eines aus der Anziehung der Erde und aus der des Berges gebildeten Parallelogramms, und sie bestimmt also das Verhältnis dieser beiden Anziehungskräfte oder das der Gewichte. Den Berg können wir direkt wägen, indem wir ihn ausmessen, seinen Inhalt bestimmen und die Dichtigkeit des Gesteins, das Gewicht der Volumeneinheit, ermitteln, aus dem er gebildet ist. Damit erhalten wir dann auch aus dem bekannten Verhältnis der Gewichte das Gewicht der Erde und durch Division durch den Körperinhalt die Dichtigkeit. Die ersten Messungen nach dieser Methode wurden durch

Maskelyne in Schottland gemacht. Die Physiker verwenden noch andere Methoden für diesen Zweck. Eine äußerst empfindliche Wage, deren Einstellung beobachtet wird, wenn eine Bleikugel zuerst unter der einen, dann unter der anderen Wagschale sich befindet, so daß auf den einen Wagebalken nur die Erdanziehung, auf den anderen die Erdanziehung vermehrt um die Anziehung der Bleikugel wirkt. Ein anderes Hilfsmittel ist die Drehwage, ein horizontaler, an den beiden Enden mit kleinen Kugeln versehener und in der Mitte an einem feinen Draht aufgehängter Wagebalken. Man bringt neben die Kugeln der Drehwage zwei andere Kugeln, so daß die Anziehung der Kugelpaare einmal eine Drehung der Wage in dem einen, ein anderes Mal im entgegengesetzten Sinne bewirkt. Endlich hat man auch Pendelbeobachtungen in tiefen Schächten benutzt, um aus dem Vergleich der an der Erdoberfläche und der in der Tiefe des Schachtes beobachteten Schwere die Masse der zwischenliegenden Schicht der Erde zu bestimmen. Das Resultat für die mittlere Dichtigkeit der Erde nach diesen Versuchen ist 5.52. Das Gewicht der Erde wäre demnach unter den Verhältnissen, wie sie an der Erdoberfläche vorliegen, 5980 Trillionen Tonnen.

Für alle anderen Körper unseres Sonnensystems können wir wohl den Körperinhalt berechnen aus der Entfernung und der scheinbaren Größe, da wir aber die Dichtigkeit nicht ermitteln können, so sind wir direkt nicht imstande, die Masse zu bestimmen. Das dritte Keplersche Gesetz bietet uns aber eine Handhabe dazu. Wenn wir die Masse der Erde E, die des Mondes M, die Umlaufszeit des Mondes u und seine mittlere Entfernung r nennen, wenn wir andererseits im System Erde-Sonne wieder unter E die Erdmasse, unter S die Sonnenmasse, unter U die Umlaufszeit der Erde und unter R die mittlere Entfernung Erde-Sonne verstehen, so sagt das Keplersche Gesetz aus: $(E + M)\, r^2$ verhält sich zu $(S + E)\, R^2$

wie u^3 zu U^3, und es folgt, wenn wir für u, U, r, R ihre Werte einsetzen $(E + M) : (S + E)$ wie 1 : 329 391. Die Summe der Erd- und Sonnenmasse ist also 329 391 mal so groß als die Summe der Erd- und Mondmasse. Um die Erdmasse selbst zu bekommen, hätten wir nun noch die Mondmasse zu ermitteln, wozu wir die durch den Mond bewirkte Bewegung der Erdachse oder die vom Monde bewirkten Störungen der Bewegung der Erde verwerten können. Aus ihnen folgt, daß die Erdmasse 81.45 mal so groß als die Mondmasse ist.

Ganz denselben Weg der Massenbestimmung schlagen wir ein bei den anderen von Monden begleiteten Planeten, so daß nur Merkur und Venus eine besondere Behandlung erfordern. Diese letzteren Massen sind bestimmt aus den von ihnen bewirkten Störungen, nämlich die Merkursmasse aus den Venusstörungen, die Venusmasse aus den Merkurs-, Erd- und Marsstörungen. Für Merkur hat man noch die Wirkungen hinzugezogen, die er in der Bewegung einiger periodischer Kometen (Encke und Winnecke) hervorruft.

Die so abgeleiteten Massenwerte sind der Tafel im Anhange beigefügt, und um die Verhältnisse noch anschaulicher zu machen, ist auch die Schwere an der Oberfläche der einzelnen Körper im Verhältnis zur Schwere an der Erdoberfläche angegeben. Die Schwere steht nach dem Gravitationsgesetz im direkten Verhältnis zur Masse und im umgekehrten zum Quadrat des Halbmessers. Dem Verhältnis der Schwere entspricht auch das Verhältnis des Fallraumes in der ersten Sekunde.

16. Von den Planeten und ihren Monden.

Die Bahn des der Sonne nächsten Planeten, Merkur, ist eine sehr exzentrische und stark gegen die Ekliptik geneigte; nur unter den kleinen Planeten finden sich Bahnen mit noch größerer Exzentrizität und Neigung. Zur Zeit der unteren

Konjunktion finden in einer Periode von 46 Jahren sechs Vorübergänge des Planeten vor der Sonnenscheibe statt, und zwar vier im November und zwei im Mai. Der letzte Durchgang ereignete sich am 7. Mai 1924, der nächste wird 1927 November 8 eintreten. Der Merkur ist der kleinste der Planeten; sein Rauminhalt ist nur etwa doppelt so groß als der des Mondes. Als innerer Planet zeigt er Phasen, ebenso wie unser Mond. Die Rotationszeit ist noch nicht bekannt.

Die Bahn der Venus ist im ganzen Sonnensystem diejenige, die der Kreisform am nächsten kommt. Ihre Neigung beträgt 3°.4. Die Vorübergänge der Venus vor der Sonne sind schon an einer früheren Stelle erwähnt. Der Größe nach kommt Venus der Erde sehr nahe; ihr Durchmesser ist nur 350 km kleiner als der Erddurchmesser. Ihre Masse ist 0.8 der Erdmasse. Die Rotationszeit der Venus ist, ebenso wie beim Merkur, noch nicht einwandfrei festgestellt. Aus beobachteten Flecken haben mehrere Astronomen geschlossen, daß dieselbe etwa $23^h\ 30^m$ sei, während Schiaparelli und Lowell auf eine mit der Umlaufszeit übereinstimmende Rotationszeit schlossen, so daß bei Venus dieselben Verhältnisse, wie beim Monde vorlägen. Die Existenz eines Venusmondes, den mehrere Beobachter wahrzunehmen geglaubt haben, ist nicht sicher nachgewiesen und sehr unwahrscheinlich.

Die Bahn des Mars hat eine Neigung von nicht ganz 2°, ihrer Exzentrizität (0.093) nach steht sie aber an zweiter Stelle unter den großen Planeten. Infolgedessen sind auch die Abstände des Mars bei verschiedenen Oppositionen sehr verschieden. Im Jahre 1877 kam Mars in der Opposition der Erde fast bis auf das überhaupt mögliche Minimum des Abstandes nahe, nämlich bis auf 56.3 Millionen Kilometer. Nun umfassen acht Umläufe des Mars 15 Jahre und 17 Tage, neun Umläufe 17 Jahre weniger 26 Tage und 17 Umläufe 32 Jahre weniger 9 Tage. Es waren daher in den Jahren 1892, 1894

und 1909 günstige Oppositionen. Noch günstiger aber war die des Jahres 1924 bei einer kleinsten Entfernung von 55,7 Mill. Kilom.

Mars ist nächst dem Merkur der kleinste der großen Planeten, sein Durchmesser ist nur wenig mehr als die Hälfte des Erddurchmessers, seine Masse nur $^1/_9$ der Erdmasse. Die Rotationszeit ist aus den an der Oberfläche sichtbaren Flecken mit großer Schärfe bestimmt, sie ist um 41^m größer als die der Erde. Die Ebene des Marsäquators ist gegen die Ebene der Marsbahn unter einem Winkel von $24° 52'$ geneigt. Mars hat zwei Monde von außerordentlicher Kleinheit, deren Auffindung erst im Jahre 1877 Hall in Washington gelang. Der innere, Phobos, vollendet einen Umlauf in $7^h 39^m 14^s$, d. h. in weniger als $^1/_3$ der Tageslänge des Mars. Er zeigt also für einen Beobachter auf der Marsoberfläche eine Bewegung, die schneller ist, als die scheinbare Bewegung der Sterne, der Beobachter sähe ihn im Westen aufgehen und im Osten untergehen. Der äußere Mond, Deimos, umkreist den Hauptplaneten in $30^h 17^m 55^s$, also genähert in $^5/_4$ Marstagen. Zwei Durchgänge durch den Meridian eines Punktes der Marsoberfläche liegen also um vier Marstage auseinander, oder es bleibt der Trabant an demselben Orte zwei Tage lang über und dann 2 Tage lang unter dem Horizonte. Der Durchmesser der Monde beträgt nach ihrer Helligkeit nur etwa 10 km, so daß, vom Mars aus gesehen, der innere Mond etwa $^1/_{10}$ so groß wie der Erdmond, der äußere nur wie ein heller Fixstern erscheint. Die Bahnen beider Monde sind nahezu kreisförmig und ihre Neigung gegen die Ebene des Marsäquators beträgt nur etwa 2^0.

Zwischen dem Mars und dem nächstfolgenden größeren Planeten, dem Jupiter, umkreist, teilweise in die Marsbahn eintretend und über die Jupitersbahn hinaustretend, die große Zahl der kleinen Planeten die Sonne. Eine scheinbare Lücke in der Reihe der großen Planeten zwischen Mars und Jupiter

war schon lange aufgefallen. Das sogenannte Titius-Bodesche Gesetz gibt für die mittleren Entfernungen der Planeten die Reihe:

$$0.4 \quad 0.4+1\times0.3 \quad 0.4+2\times0.3 \quad 0.4+4\times0.3$$
$$0.4+8\times0.3 \quad 0.4+16\times0.3\ldots$$

Das gibt die Zahlen 0.4 0.7 1.0 1.6 2.8 5.2 10.0 19.6 38.8. Vergleicht man mit diesen Zahlen die in der Tabelle im Anhange angegebenen Zahlen, so findet sich bei den Zahlen bis Jupiter einschließlich eine nahe Übereinstimmung und für Saturn und Uranus auch noch eine gute Annäherung. Nur der Wert 2.8 fällt in der Reihe der wirklich stattfindenden Zahlen aus. Man bereitete deshalb schon Ende des 18. Jahrhunderts systematische Nachforschungen nach dem fehlenden Gliede der Planetenreihe vor, als ganz unabhängig davon am 1. Januar 1801 Piazzi in Palermo bei Gelegenheit anderer Beobachtungen ein sich bewegendes Objekt fand, das er anfangs für einen Kometen hielt, in dem aber Bode sofort den fehlenden Planeten vermutete. Als man Piazzis 6 Wochen umfassende Beobachtungen durch eine Bahn darzustellen versuchte, zeigte sich sofort, daß der Himmelskörper sich in einer den Bahnen der bekannten Planeten ähnlichen Bahn mit der mittleren Entfernung 2.77 um die Sonne bewege. Man glaubte daher den vermißten Planeten in der Ceres, wie Piazzi das neue Gestirn nannte, aufgefunden zu haben. Die Piazzischen Beobachtungen des neuen Planeten aus dem Jahre 1801 würden nun nicht genügt haben, um den Planeten in der folgenden Opposition wieder zu finden, wenn man unter alleiniger Anwendung der früher beschriebenen Keplerschen Methode die Bahnelemente abgeleitet hätte, weil der ganze vom Planeten durchlaufene Bogen nur etwa den 100. Teil der Bahn umfaßte. Die Beobachtungen gaben aber Gauß den erwünschten Anlaß, Rechnungsvorschriften zur Bestimmung elliptischer Bahnelemente, die er ausgearbeitet

hatte, aber erst 1809 in seiner Theoria motus corporum coelestium veröffentlichte, anzuwenden, und dank diesem glücklichen Umstande war es Zach am 7. Dezember 1801 möglich, die Ceres ganz nahe dem berechneten Orte wieder aufzufinden. Aber es folgte eine neue Überraschung, als Olbers am 28. März 1802 ganz in der Nähe der Ceres einen zweiten in einer ganz ähnlichen Bahn sich bewegenden Planeten, die Pallas, fand, so daß man an Stelle des einen gesuchten nun zwei Planeten in der Lücke hatte. Der naheliegende Gedanke, daß die gefundenen Körper Stücke eines größeren zerstörten Planeten seien, regte Nachforschungen nach weiteren Bruchstücken an, und in der Tat fand Harding 1804 die Juno und Olbers 1807 die Vesta. Nun trat ein Stillstand in den Entdeckungen ein, bis im Jahre 1845 Hencke eine neue Periode in der Auffindung der Glieder der Planetoidengruppe eröffnete, als er auf Karten, die speziell für diesen Zweck mit Unterstützung der Berliner Akademie durch das Zusammenwirken einer größeren Zahl von Beobachtern angefertigt waren, die Asträa auffand. Jetzt reihte sich schnell eine Neuentdeckung an die andere, so daß man im Jahre 1891 schon über 300 Glieder der Gruppe kannte. Erleichtert und zum großen Teil herbeigeführt waren diese Entdeckungen durch die Herstellung genauer Karten der Tierkreiszone des Himmels, die an mehreren Stellen unternommen wurde. Im Jahre 1891 wandte Wolf in Heidelberg zuerst die photographische Methode an, indem er eine Aufnahme einer Gegend der Ekliptik anfertigte, bei der er die am Fernrohr befestigte photographische Platte der scheinbaren Bewegung der Sterne so genau wie möglich während der etwa $^1/_2$stündigen Belichtungszeit nachführte. Die Sterne bildeten sich also auf der Platte als Punkte, die Planeten wegen ihrer Ortsänderung als kurze Striche ab. Diese neue, bald auch an anderen Sternwarten angewandte Methode hat sich so fruchtbar

erwiesen, daß die Zahl der kleinen Planeten jetzt schon über 1000 beträgt, ungerechnet die ziemlich große Zahl derjenigen, die wohl aufgefunden wurden, aber nicht hinreichend lange beobachtet werden konnten, um eine Bahnberechnung zuzulassen.

Die Berechnung der Bahnelemente eines kleinen Planeten erfordert, da es sich um die Bestimmung von sechs von einander unabhängigen Größen handelt, auch sechs durch die Beobachtung gewonnene Daten. Da jede vollständige Beobachtung zwei Daten, die Rektaszension und die Deklination des Planeten in einem gegebenen Augenblicke ergibt, so genügen drei vollständige Beobachtungen an drei verschiedenen Tagen. Um kurz den Weg anzudeuten, den man zur Lösung der Aufgabe einschlägt, seien E_1, E_2, E_3 die drei Erdorte und P_1, P_2, P_3 die drei Orte des Planeten; S sei der Sonnenmittelpunkt.

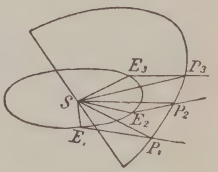


Fig. 33.

Die Beobachtung liefert uns die Richtungen der Visierlinien E_1P_1, E_2P_2, E_3P_3. Weiter sind uns aus den Beobachtungszeiten die Erdorte und Erdbahnradien SE_1, SE_2 und SE_3 bekannt. Die Punkte, in welchen die Bahnebene des Planeten die gegebenen Visierlinien durchschneidet, also die Punkte P_1, P_2, P_3 und demnach auch die Längen der Radien SP_1, SP_2, SP_3 und ebenso diejenigen der Entfernungen von der Erde E_1P_1, E_2P_2, E_3P_3 hängen nur ab von der Lage der Bahnebene zur Ekliptik. Die Radien SP_1, SP_2 und SP_3 müssen nun zwei Bedingungen genügen: 1. die Punkte P_1, P_2, P_3 müssen einer Ellipse angehören, 2. die Ausschnitte der Ellipse P_1SP_2 und P_2SP_3 müssen dem zweiten Keplerschen Gesetze genügen. Durch Einführung dieser Bedingungen ist man imstande zuerst die Lage der

Bahnebene, also Knotenlänge und Neigung zu bestimmen, indem man zunächst das Verhältnis der Ellipsenausschnitte ersetzt durch das der Dreiecke P_1SP_2 und P_2SP_3, die durch die Radien und die Zwischenwinkel bekannt werden. Aus den mit diesen Annahmen folgenden Werten der drei Bahnradien sowie der Zwischenwinkel ergeben sich die die Gestalt der Ellipse bestimmenden Elemente in erster Näherung, und man ist dann imstande, indem man nun die Keplersche Gleichung auf die Ellipsenausschnitte selbst anwendet, eine strengere Auflösung auszuführen. Die mathematische Entwicklung der betreffenden Formeln ist aber eine recht verwickelte Aufgabe. Sie ward zuerst durch Gauß gegeben, und die Lösung ist jetzt in eine solche Form gebracht und durch Hilfstafeln so erleichtert, daß die Aufsuchung der Bahnelemente, sobald gute und hinreichend weit auseinander liegende Beobachtungen vorliegen, im allgemeinen keine Schwierigkeiten bereitet.

Die Bahnen der kleinen Planeten, oder Planetoiden, auch Asteroiden, zeigen eine sehr große Verschiedenheit. Es kommen nahezu kreisförmige Bahnen vor — bei 3 unter 1024 berechneten Bahnen ist die Exzentrizität kleiner als 0.015 —, aber große Exzentrizitäten sind doch durchaus nicht selten; bei 8% der Bahnen ist die Exzentrizität größer als $^1/_4$, bei $1\,^1/_2\,\%$ noch größer als $^1/_3$. Für 4 der bekannten Planeten ist sie sogar größer als $^1/_2$. Diese Bahnen sind also sehr langgestreckte Ellipsen, wie sie sonst nur bei Kometen vorkommen. Ebenso liegen auch die Neigungen der Bahnen zwischen weiten Grenzen. Der stark geneigten Bahn der Pallas ($i = 34^0.7$) stehen 14 andere gegenüber, bei denen die Neigung kleiner als 1^0 ist. Andeutungen von einem Einfluß des Jupiter auf die Lage der Bahnen scheinen in den Knotenlängen und in der Lage des Perihels angedeutet zu sein, doch ist das etwaige Gesetzmäßige durch andere Einflüsse

sehr verwischt. Die einzige auffallende und sicher festgestellte Tatsache hinsichtlich der Anordnung der Bahnen ist die, daß die Verteilung über den Zwischenraum zwischen der Marsbahn und der Jupitersbahn durchaus nicht gleichförmig ist, sondern daß man die Planetoiden in Gruppen oder in Ringe einteilen kann und daß die Unterbrechungen oder die Begrenzungslinien der einzelnen Ringe etwa dort liegen, wo die Umlaufszeit der Planeten einen Wert annehmen würde, der zu der Umlaufszeit des Jupiter in einem einfachen Verhältnisse stände. Man kann hiernach die große Zahl der Planetoiden in drei Gruppen: die Marsgruppe, die Hauptgruppe und die Jupitergruppe einteilen. Die Glieder der ersten Gruppe liegen zwischen der Marsbahn und jener mittleren Entfernung von der Sonne, der eine Umlaufszeit = $^1/_3$ von derjenigen des Jupiter entspräche. Die Glieder der Jupitergruppe andererseits liegen zwischen der Bahn des Jupiter selbst und der der Hälfte seiner Umlaufszeit entsprechenden mittleren Entfernung. Die Hauptgruppe endlich wäre von diesen beiden umschlossen.

Das innerste Glied der ganzen Planetoidengruppe bildet der schon Seite 72 bei Besprechung der Bestimmung der Sonnenentfernung genannte Planet Eros, dessen mittlere Entfernung 1.458 Erdbahnhalbmesser um 0.064 kleiner als die mittlere Entfernung des Mars ist. Die Erosbahn ist unter 10°.8 gegen die Ekliptik geneigt und hat eine Exzentrizität von 0.223 oder in linearem Maß von 0.325 Erdbahnradien. Die größte Entfernung des Eros von der Sonne ist daher 1.783, die kleinste 1.133. Da das Perihel der Bahn nur 2° vom absteigenden Knoten entfernt liegt, kommt Eros der Erde am nächsten, nämlich bis auf 0.15 Erdbahnradien oder 22 Mill. km, wenn die Opposition mit dem Periheldurchgange zusammenfällt. Eine solch günstige Opposition war 1894. Der Planet

wurde aber erst 1898 entdeckt und ist dann nur nachträglich auf photographischen Platten aus 1894 gefunden. Die nächste gleich günstige Opposition wird 1931 stattfinden. 1901 und auch 1924 betrug die Annäherung an die Erde 0.32.

Die äußere Grenze des Ringes bildete bis 1906 der Planet Thule mit einer mittleren Entfernung von 4.255, der sich in nahe kreisförmiger, gegen die Ekliptik nur unter 2^0 geneigter Bahn bewegt. Seitdem aber sind 6 Planeten aufgefunden, deren mittlere Entfernung fast genau mit der des Jupiter übereinstimmt. Sie erhielten die Namen Achilles, Patroklus, Hektor, Nestor, Priamus, Agamemnon und werden als Trojaner Gruppe bezeichnet. Mit Ausnahme des Hektor haben diese Planeten ziemlich exzentrische Bahnen und entfernen sich im Aphel beträchtlich über die Jupitersbahn (5.20) hinaus, Achilles bis 6.2. Diese Bahnen sind von besonderem Interesse, weil sie trotz der störenden Wirkung des Jupiter nur bestehen bleiben können, wenn die Planeten mit der Sonne und dem Jupiter ein gleichseitiges Dreieck bilden. In der Tat entsprechen die 6 Planeten nahezu dieser Bedingung.

Ganz abweichend ist die Bahn von (944) Hidalgo. Sie hat eine Exzentrizität von 0.68, eine Neigung von 43^0. Die mittlere Entfernung des Planeten 5.74 ist größer als die Jupiters. Im Aphel hat der Planet die Entfernung 9.45, nahe gleich der des Saturn, das Perihel in 1.98 liegt nur wenig jenseits des Mars.

Nur für sehr wenige der kleinen Planeten ist es möglich gewesen, durch direkte Messungen die wirkliche Größe zu bestimmen. Nach diesen Messungen wäre Ceres mit 779 km Durchmesser der größte der Planetoiden. Nach der scheinbaren Helligkeit kommen aber unter ihnen auch solche vor, deren Durchmesser nicht größer als 10 km sein würde.

Die Reihe der Planeten weiter verfolgend kommen wir nun zum Jupiter, dem mächtigsten aller die Sonne umkreisenden Körper. Er bewegt sich in einer schwach elliptischen

($e = 0.048$) und wenig geneigten Bahn ($i = 1°.3$). Der lineare Durchmesser des Planeten ist etwa $^1/_{10}$ des Sonnendurchmessers und das elffache des Erddurchmessers. Trotzdem rotiert der ungeheure Ball in der kurzen Zeit von $9^h\,55^m$ um seine Achse. Als Folge davon haben wir eine sehr starke Abplattung ($^1/_{14}$) anzusehen. Die Jupitersmasse ist nicht ganz ein Tausendstel der Sonnenmasse. Jupiter wird, soweit unsere Kenntnis jetzt reicht, von 9 Monden begleitet. Vier davon gehören zu den ersten Entdeckungen, die mit dem Fernrohre gemacht sind. Es sind die bei weitem hellsten der Trabanten, und der kleinste von ihnen kommt unserem Monde an Größe sehr nahe, während der größte etwa in der Mitte zwischen Merkur und Mars steht. Sie tragen besondere Namen, werden aber in der Regel einfach als Trabant I, II, III, IV bezeichnet, obwohl sie nach dem Abstande vom Planeten als 2. bis 5. zu numerieren wären. Diese vier großen Trabanten bewegen sich in sehr nahe kreisförmigen und mit der Ebene des Äquators des Hauptplaneten nahe zusammenfallenden Bahnen. Ein fünfter Mond wurde 1892 von Barnard mit dem großen Fernrohre der Lick-Sternwarte in Kalifornien aufgefunden. Es ist ein winziger Körper von 160 km Durchmesser, der in einer kreisförmigen Bahn in $^1/_2$ Tag um den Planeten herumläuft in einer Entfernung, die gleich ist dem 2.5fachen des äquatorealen Halbmessers des Jupitersphäroids. Da die Umlaufszeit nur um etwa 2 Stunden größer ist als die Rotationszeit des Planeten, bleibt der Mond während $2^1/_2$ Jupierstagen über dem Horizonte eines Punktes der Oberfläche des Planeten.

Auf photographischem Wege sind dann im Jahre 1905 noch ein 6. und 7. und 1908 bzw. 1914 ein 8. und 9. Trabant gefunden, die wesentlich weiter vom Jupiter abstehen und zu einem Umlauf 251^d (6.), 260^d (7.) bzw. 739^d und 745^d (8. bzw. 9. Mond) gebrauchen. Die Bahnen dieser äußeren Monde sind

ziemlich exzentrisch; beim 8. Mond steigt die Exzentrizität bis auf 0.38. Alle 4 haben eine Neigung von etwa 30° gegen die Ebene des Jupitersäquators, und der 8. und 9. Mond bewegen sich in dieser Bahn rückläufig, also im Sinne der scheinbaren Bewegung der Sterne.

Die Bewegung dieser Trabanten bietet sehr viele interessante Gesichtspunkte. Für die fünf inneren fallen die Bahnebenen fast zusammen, da die Knotenlinie fast die gleiche Lage bei allen hat und die Neigungen gegen die Ebene des Jupitersäquators gering sind. Daraus und aus den einfachen Verhältnissen der Umlaufszeiten (vgl. die Tabelle) gehen sehr beträchtliche Störungen hervor, und es müssen einfache Beziehungen zwischen den mittleren Längen bestehen. Weiter aber bringt das nahe Zusammenfallen der Bahnen mit der gegen die Ekliptik nur wenig geneigten Ebene des Jupitersäquators es mit sich, daß die Bewegung der Trabanten für uns fast in einer durch den Mittelpunkt der Scheibe des Planeten hindurchgehenden geraden Linie erfolgt. Wir sehen daher bei jedem Umlauf in dem uns zugewandten Teile der Bahn nicht nur die Monde, sondern auch ihre von der Sonne erzeugten Schatten vor der Jupitersscheibe vorüberwandern und in dem von uns abgewandten Teile der Bahn die Monde hinter der Jupitersscheibe verschwinden. Weiter aber müssen die fünf inneren Monde bei jedem Umlauf auch den von der Sonne erzeugten Schattenkegel Jupiters passieren, so daß sie für uns verfinstert werden. Bei dem äußersten dieser fünf Monde finden diese Verfinsterungen in dem Teile der Jupitersbahn, wo die Achse des Schattenkegels gegen die Ebene des Jupitersäquators am stärksten geneigt ist, nicht statt, weil in der Entfernung des Trabanten IV der Durchmesser des Kegels schon sehr klein ist. Diese Verfinsterungen der Trabanten gestatten eine ziemlich sichere Beobachtung und können, da sie auf der ganzen Erde gleichzeitig eintreten, zur Längenbestimmung

benutzt werden. Zu beobachten sind diese Erscheinungen aber nur an den Monden I bis IV, der V. Mond ist zu klein, um bemerkt zu werden.

Diese Verfinsterungen sind besonders dadurch berühmt geworden, daß sie schon sehr frühe von Römer zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes benutzt wurden. Beobachtet man das Eintreten der Verfinsterungen zur Zeit der Opposition, wenn also Erde und Jupiter sich am nächsten sind, ermittelt aus den Beobachtungen die Periode und rechnet mit dieser Periode weiter, so ergibt sich, daß die Verfinsterungen immer später eintreten, je weiter die Erde sich vom Jupiter entfernt. Die Differenz wächst für den größten Abstand der Erde vom Jupiter bis auf 22^m an. Römer erklärte diese Verzögerung richtig als hervorgerufen dadurch, daß das Licht Zeit gebraucht, um den Weg zwischen dem Jupiter und der Erde zurückzulegen, und daß diese Zeit größer werde, die Erscheinungen für uns verspätet eintreten müßten, wenn die Erde sich entfernt. Die Verfinsterungen sind zur Zeit der Opposition selbst nicht zu beobachten, weil dann der Schattenkegel Jupiters gerade hinter ihm liegt. Vor der Opposition sehen wir den Schattenkegel auf der Westseite, nach der Opposition aber auf der Ostseite der Jupitersscheibe.

Das System des Saturn ist das interessanteste der Untersysteme des Sonnensystems. Saturn, der zweitmächtigste der Planeten, bildete bis gegen Ende des 18. Jahrhunderts das äußerste Glied des Planetensystems. Exzentrizität und Neigung der Bahnebene sind klein, bilden aber immerhin die größten Werte unter den unteren Planeten, abgesehen von der Exzentrizität der Marsbahn. Auf das nahezu durch 5 zu 2 darstellbare Verhältnis seiner Umlaufszeit zu der des Jupiter und die daraus folgenden beträchtlichen Störungen ist schon Seite 108 hingewiesen. Die Masse des Saturn ist nahe das 100fache der Erdmasse, der lineare Durchmesser das 9fache

des Erddurchmessers. Die Rotationszeit $10^h\,14^m$ ist etwas länger als die des Jupiter, die Abplattung ist $^1/_{10}$. Saturn führt nach unserer jetzigen Kenntnis 10 Monde mit sich, deren Umlaufszeiten zwischen 22.6 Stunden und $1^1/_2$ Jahren liegen. Vor Einführung der photographischen Beobachtung waren 8 dieser Monde bekannt. Von diesen ist der 6. vom Planeten aus gerechnet schon von Huygens aufgefunden, der 3., 4., 5. und 8. wurden bald darauf von Cassini entdeckt. Die beiden innersten fand W. Herschel mit seinem großen Spiegelteleskop, und der 7. sehr schwache ward 1848 von Lassell und Bond nahe gleichzeitig gefunden. 1898 wurde dann noch ein weitabstehender und noch wesentlich lichtschwächerer Trabant auf photographischen Platten der Arequipa-Sternwarte in Peru aufgefunden, und schließlich wurde 1904 ebenfalls auf photographischen Platten ein 10. Mond, der etwa im Abstande des schon bekannten 7. Mondes den Saturn umkreist, erkannt. Dieser Mond, der seiner Umlaufszeit nach als der 7. zu zählen wäre, wird in der Regel nach der Zeit seiner Auffindung als der X. bezeichnet. Es folgen also die Monde in der Reihenfolge I, II, III, IV, V, VI, X, VII, VIII, IX. Die inneren Monde I—VII laufen in mit der Ebene des Saturnsäquators nahe zusammenfallenden Ebenen in Bahnen, die mit Ausnahme von VII von der Kreisform nur wenig abweichen. Auch die Bahn von X hat die gleiche Knotenlinie wie I—VII, ist aber gegen die Äquatorebene 10° geneigt und sehr exzentrisch. Die Bahn des 9. Mondes VIII ist wieder nahe kreisförmig, aber auch 10° gegen die Äquatorebene geneigt. Der äußerste Mond hat eine Bahn von erheblicher Exzentrizität, seine Bewegung ist rückläufig, die Neigung der Bahn 31°. Das nahe Zusammenfallen der Bahnen der 8 inneren Trabanten und die Beziehungen zwischen den Umlaufszeiten erzeugen auch in diesem Trabantensysteme ähnliche Bewegungsverhältnisse und Störungen wie im Jupitersysteme.

Aus regelmäßig wiederkehrenden Lichtschwankungen des Japetus (Mond VIII) hat man gefolgert, daß dieser Trabant dem Planeten immer dieselbe Seite zukehrt, daß also Umdrehungs- und Umlaufszeit für ihn, ebenso wie beim Erdmonde, zusammenfallen.

Kein anderer Planet im Sonnensysteme kann durch seinen Anblick das gleiche Interesse erwecken wie Saturn mit seinem den ersten Beobachtern ganz rätselhaften Ringsysteme, das erst Huygens als solches erkannte. In kleineren Fernrohren erblickt man eine zusammenhängende ringförmige Scheibe, die fast genau in der Ebene des Äquators, in der auch die Trabanten sich bewegen, den Planeten umgibt. Bei Anwendung besserer Hilfsmittel zerfällt die Scheibe in zwei durch die sogenannte Cassinische Teilung getrennte Ringe. Der äußere dieser Ringe ist vielleicht noch wieder in zwei gespalten durch die nur schwer erkennbare Enckesche Teilung, und an den inneren schließt sich an der inneren Kante ein grauer, nur wenig leuchtender Ring, der Kreppring, an. Früher sah man die Ringe als aus flüssiger Materie gebildet an, überzeugte sich aber später von der Unmöglichkeit, daß unter solchen Verhältnissen das System stabil sein könnte, und die Beobachtungen der letzten Zeit haben überzeugend dargetan, daß die Ringe aus einer ungeheuren Menge kleinster Körperchen gebildet werden, die nach den Keplerschen Gesetzen den Saturn umkreisen. Die Ringebene behält während des Umlaufs des Saturn ihre Lage im Raume bei, ebenso wie die Ebene des Erdäquators. Sie ist nun gegen die Ebene der Ekliptik unter einem Winkel von 28°.1 geneigt. Befindet sich also Saturn in der Nähe der Knoten der Ebene seines Äquators (Länge 168° bzw. 348°), so sehen wir von der Erde aus auf die Kante der Ringe; steht er zwischen dem aufsteigenden und absteigenden Knoten, so blicken wir auf die nördliche Fläche der Ringe, und zwischen dem absteigenden und aufsteigenden Knoten blicken wir auf die südliche Fläche.

Die uns zugekehrte Fläche ist gleichzeitig auch die von den Sonnenstrahlen getroffene. Nur wenn Saturn ganz nahe beim Knoten seines Äquators steht, ist es möglich, daß die Sonne auf der einen, die Erde auf der anderen Seite des Ringes steht, so daß wir ganz schräg auf die nicht erleuchtete Seite blicken.

Durch die Entdeckung des Uranus durch W. Herschel im Jahre 1781 wurde die Grenze unseres Planetensystems auf mehr als das Doppelte erweitert, da die mittlere Entfernung des Saturn 9.54, die des Uranus 19.2 ist. Da sich nach Bekanntwerden der Entdeckung ältere Beobachtungen des Planeten fanden, bei denen er als solcher nicht erkannt war und die bis 1690 zurückreichten, war die Bestimmung seiner Bahn mit ziemlicher Genauigkeit bald möglich. Die Bahn weicht vom Kreise nur wenig ab und hat auch die kleinste Neigung unter allen großen Planeten. Der lineare Durchmesser des Uranus ist etwa der 4fache, die Masse die 14fache der Erde. Der Planet rotiert wahrscheinlich um eine in der Bahnebene selbst liegende Achse, und es hat sich deshalb eine Abplattung noch nicht sicher nachweisen und die Rotationszeit bestimmen lassen.

Zwei den Planeten umkreisende Monde, es sind die äußeren, wurden schon von W. Herschel aufgefunden, zwei weitere, die inneren, 1851 von Lassell hinzugefügt. Alle vier bewegen sich nahezu in derselben Ebene, die unter 82° gegen die Ebene der Ekliptik geneigt ist. Durch diese Anordnung der Bahnen seiner Satelliten nimmt Uranus eine Ausnahmestellung im Planetensysteme ein.

Der auf theoretischem Wege vorausberechnete und dieser Rechnung entsprechend von Galle in Berlin 1846 aufgefundene Planet Neptun bildet auch heute noch das letzte Glied in der Reihe der Planeten. Leverrier und Adams hatten nach der Bodeschen Reihe (vgl. Seite 117) die Entfernung zu

36 Erdbahnhalbmesser angenommen und unter dieser Voraussetzung aus den beobachteten und durch die Einwirkung der anderen Planeten nicht erklärten Uranusstörungen den wahrscheinlichen Ort und die Elemente des Planeten berechnet. Der beobachtete scheinbare Ort wich von dem berechneten nicht ganz 1° ab. Da man bald auch ältere Beobachtungen fand aus 1795, bei denen der Planet für einen Stern angesehen war, konnte man die Bahnelemente mit Sicherheit feststellen. Es ergab sich eine wenig geneigte Bahn von geringer Exzentrizität und als mittlere Entfernung 30.07 Erdbahnhalbmesser, also ein wesentlich kleinerer Wert, als angenommen war. Der Durchmesser des Neptun ist etwa das 5fache, die Masse das 18fache der für die Erde geltenden Werte. Über eine Rotation und über die Gestalt des Planeten ist noch nichts bekannt. Das Vorhandensein eines Neptunstrabanten wurde schon 1846 von Lassell festgestellt. Die Bahn dieses in der Größe etwa unserem Monde gleichkommenden Trabanten ist nahe kreisförmig und 37° gegen die Ekliptik geneigt. Der Trabant durchläuft sie in rückläufiger Richtung in einem Zeitraum von fast 6 Tagen. Die Bahnlage dieses Trabanten ist Änderungen unterworfen, deren Erklärung die Annahme einer erheblichen Abplattung des Hauptplaneten und damit auch die einer schnellen Rotation desselben zu erfordern scheinen.

In ähnlicher Weise, wie man aus den nicht zu erklärenden Ungleichheiten in der Bewegung des Uranus auf die Existenz und den Ort des Neptun geschlossen hatte, hat man auch schon geglaubt, Andeutungen für das Vorhandensein eines außerhalb der Neptunsbahn die Sonne umkreisenden weiteren Planeten nachweisen zu können, ohne daß es indes bisher gelungen wäre, einen solchen wirklich aufzufinden.

Anhang.

1. Die großen Planeten.

		Sider. Uml.-Zeit in jul. Jahren u. Tagen J	d	Mittl. Entf. von der Sonne Erdbahnhalbm.	Mill. km	Lineare Exzentriz. Mill. km	Neigung °	′	″	Äquat. Durchmesser Entfern. 1	Erde =1	Masse Bruchteil d. Sonnenmasse	Schwere d. Äqu.	Rotationszeit h	m	s
☿	Merkur		87.969	0.3871	57.9	11.9	7°	0	0.2	6.7	0.38	6000000	0.39		—	
♀	Venus		224.701	0.7233	108.1	0.7	3	23	6	17.6	1.00	408000	0.85		—	
♁	Erde	1	0.006	1.0000	149.5	2.5	0	0		17.6	1	333400	1	23	56	4
♂	Mars	1	321.730	1.5237	227.7	21.3	1	51	0	9.4	0.53	3093500	0.38	24	37	23
♃	Jupiter	11	314.838	5.2028	777.6	37.5	1	18	7	199.6	11.22	1047	2.39	9	55	
♄	Saturn	29	166.951	9.5388	1425.7	79.9	2	29	7	162.8	9.25	3502	1.06	10	14	
♅	Uranus	84	4.93	19.1910	2868.4	134.9	0	46	4	69.4	3.94	23300	0.93		—	
♆	Neptun	164	287.14	30.0707	4494.5	38.3	1	46	8	90	5.11	19700	0.85		—	

Pluto

2. Die Trabanten.

		Siderische Umlaufszeit d	Mittl. Entf. i. Halbmess. des Planeten	Exzentriz.	Neigung °	′	″	Durchmesser km	Beweg.
Erde	Mond	27.322	60.27	0.055	5°	8	8.8	3476	direkt
Mars	Phobos	0.319	2.70	0.022	27	28	5	10	„
	Deimos	1.262	6.74	0.003	27	24	4	10	„

Jupiter	V		0.498	2.53	0.005	2	20.4	160	„
	I	Jo	1.769	5.91	0.000	2	8.0	3145	„
	II	Europa	3.551	9.40	0.000	1	39.0	2817	„
	III	Ganymed	7.155	14.99	0.001	1	59.9	4770	„
	IV	Callisto	16.689	26.36	0.007	1	57.0	4408	„
	VI		251	160	0.156	28	56	160	„
	VII		260	164	0.21	26	56	50	„
	VIII		739	329	0.38	31	56	50	retrograd
	IX		745	330	0.25	24	—	25	„
Saturn	I	Mimas	0.942	3.07	0.019	27	29.6	351	direkt
	II	Enceladus	1.370	3.94	0.005	28	4.3	528	„
	III	Tethys	1.888	4.87	0.000	28	40.5	866	„
	IV	Dione	2.737	6.25	0.002	28	4.4	1032	„
	V	Rhea	4.518	8.73	0.001	28	22.8	1331	„
	VI	Titan	15.945	20.22	0.029	27	39.7	5049	„
	X	Themis	20.85	24.0	0.23	39	6	300	„
	VII	Hyperion	21.277	24.49	0.129	27	14.9	315	„
	VIII	Japetus	79.331	58.91	0.028	18	28.3	1314	„
	IX	Phöbe	550.44	209.3	0.166	4	55	320	retrograd
Uranus	Ariel		2.520	7.04	0.020	82	2	1030	„
	Umbriel		4.144	9.91	0.010	81	39	835	„
	Titania		8.706	16.11	0.001	81	58.5	1350	„
	Oberon		13.463	21.54	0.004	81	42.9	1295	„
Neptun	Mond		5.877	14.73	0.007	37	20	2962	„

Register.

Abendsterne 93.
Abendweite 11.
Aberration des Lichtes 60.
— Konstante der 61.
Abplattung der Erde 27.
Absorption des Lichtes 43.
Achilles 122.
Achsendrehung der Erde 31.
Adams, Berechnung des Neptun 110.
Agamemnon 122.
Akzeleration d. Mondbew. 76.
Almageſt 22.
Al-Mamum, Gradmeſſg 22.
Almukantarat 8.
Anomalie, mittlere 101.
Anomaliſtiſcher Monat 75.
Anomaliſtiſches Jahr 68.
Aphel 62.
Apſidenlinie 63.
Aquator der Erde 19.
— des Himmels 9.
Aquatorhöhe 15.
Aquinoktialkolur 45.
Aquinoktialpunkte 44.
Ariel 131.
Ariſtoteles, Erdmeſſung 21.
Arhn, Berg 20.
Aſträa 118.
Atmoſphäre 39.
Autwers, Sonnendurchmeſſer 72.
Azimut 8.

Bahnbeſtimmung 119.
Bahnelemente 101.
Bahnen d. kl. Planeten, Anordnung 121.
Barnard, Entd. v. Jupiter V 123.
Baeyer 29.
Benzenberg, Fallverſuch 32.
Berlin, geogr. Lage 21.
Beſchleunigende Kraft 103.
Beſchleunigung 103.
Beſſel, Erdfigur 28.
Bewegung, horizontale, Einfluß der Erdrotation 33.
— jährliche 43.
— tägliche 31.
— der Sonne, Ungleichheiten 49, 56.
Bodeſches Geſetz 117.
Bond, Entd. von Saturnsmonden 126.
Bradley, Entd. d. Aberration 59.
Breite, geographiſche 19.
— nördliche, ſüdliche 19.
— der Sterne 46.
Breitenänderung 37.
Breitenkreiſe der Erde 19.
— des Himmels 46.

Callisto 131.
Caſſini, Entd. v. Saturnsmonden 126.
Caſſiniſche Geſetze 82.
Ceres, Entdeckung 117.
Clarke, Erdfigur 28.

Dämmerung 41.
— erſte, zweite 42.
— aſtronomiſche, bürgerliche 42.
Darwin, Breitenänderung 37.
Datum, bürgerliches, aſtronomiſches 50.
Datumsgrenze 56.
Deferent 95.
Deimos 116, 130.
Deklination 9.
Deklinationskreis 9.
Delambre, Erddimenſionen 28.
Depreſſion 9.
Dichtigkeit 112.
Dimenſionen der Erde 29.
— des Mondes 81, 130.
— der Planeten 130.
— der Sonne 72.
— der Trabanten 130, 131
Dione 131.
Drakoniſche Finſterniſsperiode 78.
Drakoniſcher Monat 75.

Ebbe und Flut, Erklärung 109.
— — —u. Beweg. d. Mondes 76.
Ekliptik 44.
— Schiefe der 45.
Elemente der Planetenbahnen 101.
— — — num. Werte 130.
— — Satelliten 130, 131.
Empedokles 32.
Enceladus 131.
Entfernung d. Mondes 79.
— der Sonne 72.
Entfernungsgeſetz 69.
Epizykel 95.
Epoche 101.
Eratoſthenes, Erdmeſſung 22.
Erdachſe, Lagenänderung 37, 65.
— Stellung z. Erdbahn 63.
Erdäquator 19.
Erdbahn, Geſtalt 62.
Erdbewegung, Beweis 62.
— Folgerungen daraus 58.
— phyſik. Gründe 57.
Erde, Dichtigkeit, Gewicht 113.
— Dimenſionen 29.
— — Beſtimmung 21 ff.
— jährliche Bewegung 63.
— Maſſe 114.
— Rotation 31.
Erdfigur, kugelförmige 15.
— elliptiſche 26.
— Abplattung 27.
Erdmeſſung, internationale 29.
Erdnähe 74.
Erdſchatten 84.
Eros 72.

Eros, Bahn 121.
Erster Vertikal 8.
Erstes Viertel 78.
Eudoxus, Weltsystem 94.
Euler, Rotationstheorie 38.
Europa 131.
Evektion 76.
Exzentrischer Kreis, Sonnenbewegung 57.
Exzentrizität d. Planetenbahnen 101.

Fallraum 114.
Fallversuche 32.
Fernel, Gradmessung 23.
Ferro, Meridian von 20.
Finsternisse 83 ff.
— Perioden 89.
Firmament 5.
Fliehkraft 35.
Flut u. Ebbe 76, 109.
Foucault, Pendelversuch 35.
Frühlingspunkt 44.
— Bestimmung 48.

Galilei, Prinzipien d. Mechanik 102.
— freier Fall 106.
Galle, Entd. d. Neptun 110.
Ganymed 131.
Gauß, Bahnbest. 117, 120.
Geoid 31.
Geozentrische Koordinaten 97.
Geozentrisches System 96.
Geschwindigkeit des Lichtes 60, 125.
— Verhältnis z. Kraft 103.
Gesetze, Keplersche 99.
Gewicht, Verhältnis zur Masse 111.
Gezeiten 76, 109.
Gezeitenreibung 111.
Gleichung, jährliche, des Mondes 76.
— parallaktische 77.
Gradlänge 26.
Gradmessung 21.
— erste 22.
— in Lappland u. Peru 27.
Gravitationsgesetz 106.
Greenwich, geogr. Lage 21.
— Zonenzeit 55.
Güldene Zahl 78.
Guglielmini, Fallversuche 32.
Gyroskop 35.

Halbschatten der Erde 84.
Hall, Entd. d. Marsmonde 116.
Halley, Venusdurchgänge 70.
Hansen, Mondtheorie 74.
Harding, Entd. d. Juno 118.
Harmonisches Gesetz 100.
Hahn, Neig. d. Mondachse 81.
Hecker, Erdfigur 30.
Hektor 122.
Heliozentrische Koordinaten 97.
Heliozentrisches System 96.
Helmert, Erdfigur 29.
Hencke, Entd. d. kl. Planeten 118.
Herbstpunkt 45.
Herschel, Entd. d. Saturnsmonden 126.
— Entd. d. Uranus und Uranusmonden 128
Hidalgo 122.
Himmelsgewölbe 5.
Hipparch, Mondbew. 76.
— Mondentfernung 79.
— Sonnenbewegung 57.
Höhe 7.
Höhenkreis 6.
Horizont 5, 17.
— künstlicher 6.
— scheinbarer, wahrer 18.
Horizontalkreis 8.
Huygens, Entd. d. Saturnsmonden 126.
Hyperion 131.

Jahr, Änderung der Länge 53.
— anomalistisches 68.
— julianisches 53.
— siderisches 53.
— tropisches 52.
Jahrbuch, Berliner Astron. 51.
Jahreszeiten 64.
Jährliche Gleichung des Mondes 76.
Japetus 127, 131.
Jo 131.
Julianisches Jahr 53.
Juno 118.
Jupiter, Bahnelemente, Größe, Rotation 123, 130.
Jupitermonde 123, 131.
— Bewegung 123.
— Verfinsterungen 124.

Kepler, Beweg. d. Planeten 98.
— Gesetze d. Beweg. 99, 107.
— Meth. d. Bahnbestimmung 102.
Kernschatten d. Erde 84.
Kimm 18.
Kleine Planeten 116 ff.
Knoten, auf-, absteigender 100.
Knotenlinie d. Mondbahn 75.
Kolur 45.
Konjunktion 78.
— obere, untere 93.
Koordinaten 47.
— geozentrische, heliozentrische 97.
— Systeme 47.
Kopernikus, Weltsystem 96.
Kraft, Mess. d. Geschwindigkeit 103.
— Zerlegung 103.
Kulmination 10.
— obere, untere 11.
Kulminierender Punkt 10.
Küstner, Breitenänderung 38.

Länge der Erdorte 20.
— d. Perihels 101.
— der Sterne 46.
Längenbestimmung durch Sternbedeckungen 91.
— d. Verfinsterungen 124.
Längendifferenz 20, 54.
Laplace, Stabilität d. Sonnensystems 109, 110.
Lassell, Entd. d. Saturnsmonden 126.
— — — Uranusmonden 128.
Letztes Viertel d. Mondes 78.
Leverrier, Beweg. d. Merkur 110.
— Entd. d. Neptun 110.

Libration d. Mondes 83.
Licht, Aberration 60.
— Fortpflanzung 60.
— Geschwindigkeit 60, 125.
Lichtgestalten des Mondes 78.
Lichtstrahlen, Absorption 43.
— Reflexion 41.
— Refraktion 40.
Lotrichtung, Ablenkung der 26, 112.
Lotstörungen 26.
Lunation 77.

Mars, Bahnelemente, Größe, Rotation 115, 130.
— kleinste Entfernung 69.
Marsbahn, Beweg. d. Perihels 110.
Marsmonde 116, 130.
Marsoppositionen 115.
Maskelyne, Lotabweichungen 113.
Masse, Bestimmung d. 111, 113, 114.
Meridian 8.
Merkur, Bahnelemente, Größe, Rotation 114, 130.
— Stellung zur Sonne 93.
Merkursbahn, Beweg. des Perihels 110.
Merkursdurchgänge 115.
Meter, Länge des 28.
Metonscher Mondzyklus 77.
Mimas 131.
Mittag, bürgerlicher 50.
— mittlerer, wahrer 51.
Mittagslinie 8.
— Festlegung 13.
Mitteleuropäische Zeit 55.
Mittelpunktsgleichung der Mondbahn 75.
Mittlere Anomalie 101.
— Ortszeit 54.
— Sonne 49.
— Zeit 49.
Monat, anomalistischer 75.
— drakonitischer 75, 78.
— periodischer 74.
— siderischer 74.
— synodischer 74.
— tropischer 74.
Mond, Beweg. in d. Bahn 74.
— — scheinbare 73.
Mond, Dimensionen 81.
— Entfernung 81.
— Libration 83.
— Umlauf, siderischer, synodischer, tropischer 73.
Mondachse, Lage 81.
Mondäquator 81.
Mondbahn, Elemente 74.
— Knotenlinie 75.
— Mittelpunktsgleichung 75.
— Perigäum 74.
Mondbewegung, Ungleichheiten 76.
Mondfinsternisse 84.
— Dauer 86.
— Grenzwerte 85.
— partielle, totale 85.
Mondmasse 114.
Mondparallaxe 80.
Mondphasen 78.
Mondschattenkegel 86.
Mondscheibe, Radius 81.
Mondzyklus, Metonscher 77.
Morgensterne 93.
Morgenweite 11.

Nachtbogen 11.
Nadirpunkt 6.
Neigung d. Mondbahn, Änderung 76.
— d. Planetenbahnen 101.
Neptun, Bahn, Größe, Rotation 129, 130.
— Entdeckung 110, 128.
— Mond 129, 131.
Nestor 122.
Neumond 78.
Newcomb, Erdbeweg. 68.
Newton, Anziehungsgesetz 103, 106.
Nordhalbkugel 19.
Nordpol der Erde 19.
— des Himmels 8.
Nordpunkt 8.
Norwood, Gradmessung 23.
Nullmeridian 20.
Nutation 68.

Oberon 131.
Ottanten d. Mondbahn 76.
Olbers, Entd. d. Pallas u. Vesta 118.
Opposition d. Mondes 78.
— der Planeten 93.
Orientierung 8, 9.
Ortssternzeit 54.
Ortszeit, mittlere 54.
Osterfest 77.
Ostpunkt 8.

Pallas, Bahn 120.
— Entdeckung 118.
Parallaktische Gleichung 77.
— Libration 83.
Parallaxe d. Mondes 80.
— der Sonne 70.
— jährliche 58, 59.
Parallelkreis 9.
— der Erde 19.
— zur Ekliptik 46.
Paris, geogr. Lage 21.
Partielle Mondfinsternis 85.
— Sonnenfinsternis 86.
Patroklus 122.
Pendel, Drehung d. Schwingungsebene 34.
Pendelbeobachtungen 29.
Perigäum d. Mondbahn 74.
Perihel 62.
Periodischer Monat 74.
Periodische Störungen 108.
Phasen des Merkur 115.
— des Mondes 78.
Phöbe 131.
Phobos 116, 130.
Piazzi, Entd. d. Ceres 117.
Picard, Gradmessung 25.
Planeten 91 ff.
— Bahnen 114 ff., 130.
— Bewegung, scheinbare 92.
— — wahre 95, 96.
— Größe 114 ff., 130.
— kleine 116.
— Licht 91.
— obere, untere 93.
— Stabilität d. Sonnensystems 111.
Plato, Erdrotation 32.
Pol 8.
— arktischer, antarktischer 19.
— Bahn desselben 38.
— Bewegung durch Präzession 66.
— d. Ekliptik, Beweg. 68.
Polarkreise 65.
Polarnacht 65.
Polarstern 66.

Polhöhe 12.
— Bestimmung 14.
Posidonius, Gradmessung 22.
Präzession 66, 109.
Priamus 122.
Ptolemäus, Gradmessg 22.
— Weltsystem 94.

Quadraturen d. Mondes 74, 78.
— der Planeten 93.

Rechtläufige Beweg. 92.
Reflexion d. Lichtes 41.
Refraktion des Lichtes 40.
Reich, Fallversuch 32.
Rektaszension 47.
Relativitätsprinzip 110.
Resultierende Beweg. 103.
Rhea 131.
Richer, Pendellänge 27.
Ringe des Saturn 127.
Ringförmige Finsternis 86, 88.
Römer, Lichtgeschwindigkeit 125.
Rotation der Erde, Wirkungen 32.
Rückläufige Beweg. 92.

Säkular-Akzeleration des Mondes 76.
Säkulare Störungen 109.
Saros-Periode 90.
Saturn, Bahnelemente, Größe, Rotation 125, 130.
— Monde 126, 131.
— Ringsystem 127.
Schattenkegel des Mondes 86.
Scheinbare Beweg. d. Gestirne 5 ff.
— — d. Planeten 91.
Schiefe der Ekliptik 45.
— — — Änderung 68.
Schwankungen d. Erdachse 37.
Schwere 114.
Schwerkraft 30, 36.
Schwingungsebene d. Pendels, Drehung 35.
Siderischer Monat 74.
— Umlauf d. Planeten 94.
Siderisches Jahr 53.
Snellius, Gradmessung 23.
Solstitialkolur 45.
Solstitialpunkte 45.
Sommer, Länge 64.
Sonne, mittlere 49.
— — Beweg. 52.
— Dimensionen 72.
— Entfernung 68.
— Masse 114.
— scheinbare Beweg. 43.
Sonnenbewegung, Ungleichheiten 49, 56.
Sonnendurchmesser, Wert 56, 72.
— Verschiedenheit 56.
Sonnenferne 62.
Sonnenfinsternis, Dauer 89.
— Grenzwerte 87.
— partielle, ringförmige, totale 86.
— vom 21. Okt. 1911 88.
Sonnennähe 62.
Sonnenparallaxe 70.
— aus Venusdurchgängen 70.
— durch Erosbeob. 72.
— Wert 72.
Sonnenzeit, wahre 49.
Spezifisches Gewicht 112.
Sphäre 5.
Stabilität d. Sonnensystems 109, 111.
Stationär 92.
Sternbedeckungen 90.
Sterne, Entfernung im Vergleich z. Sonnenentfernung 58.
Sterntag 11, 48.
— u. mittl. Tag, Beziehung 52.
Sternzeit 48.
— u. mittl. Zeit, Beziehung 52.
Störungen 108, 109.
Stundenkreis 9.
Stundenwinkel 10.
Südhalbkugel 19.
Südpol 8.
— der Erde 19.
Südpunkt 8.
Syene 22.
Synodischer Monat 74.
— Umlauf der Planeten 94.
Tag, Einteilung 50.
— verschiedene Bedeutung 50.
Tagbogen 11.
Tag- u. Nachtgleiche 44.
Tethys 131.
Themis 131.
Thule 122.
Tierkreiszeichen 45.
Titan 131.
Titania 131.
Titius-Bodesches Gesetz 117.
Toise 23.
Totale Mondfinsternis 85.
— Sonnenfinsternis 86, 88.
Trägheit 102.
Tropisches Jahr 52.
Tycho Brahe, Erdrotation 32.
— — Marsbeobachtungen 98.

Umbriel 131.
Umlaufszeit d. Mondes 73.
— der Planeten 94.
— — — Bestimmung 97.
Ungleichheiten d. Mondbewegung 76.
Uranus, Entdeckung 128.
— Bahnelemente, Größe, Rotation, Monde 128, 130.

Variation d. Mondbeweg. 76.
Venus, Bahnelemente, Größe, Rotation 115, 130.
— kleinste Entfernung 69.
— Stellung z. Sonne 93.
Venusbahn, Beweg. d. Knotenlinie 110.
Venusdurchgänge 70, 115.
Venusmond 115.
Vertikal, erster 8.
Vertikale 6.
Vertikalkreis 6.
Vesta 118.
Viertel des Mondes 78.
Vollmond 78.

Wagepunkt 45.
Wahre Sonnenzeit 49.
Wandelsterne 91.
Washington, geogr. Lage 21.

Wega 66.
Weltachse 8.
Weltsysteme 94.
Weltzeit 50.
Wendekreise 64.
Westpunkt 8.
Widderpunkt 44.
Widerstehendes Mittel 111.
Wiechert, Konstitution d. Erdinneren 37.
Winter, Länge 64.
Wolf, phot. Aufsuchung von Planeten 118.
Zahl, güldene 78.
Zeichen d. Tierkreises 45.
Zeichenerklärung 4.
Zeit, mittlere, wahre 49.
— mitteleuropäische 55.
— osteuropäische 55.
— Weltzeit 50.
— westeuropäische 55.
— Bezieh. zw. Sternzeit u. mittl. Zeit 52.
Zeitarten, Verwandlung 52.
Zeiteinteilung 12, 47.
Zeitgleichung 50, 51.
Zeitmaß 11.
Zeitrechnung, Bezieh. zur Mondbeweg. 77.
Zenit 5.
Zenitdistanz 6.
Zentralbewegungen 102, 105.
Zentralität, Zone der 88.
Zerlegung d. Kräfte 103.
Zirkumpolarsterne 11.
Zonenzeit 55.

Mathematische Literatur
in Auswahl
WALTER DE GRUYTER & CO. / BERLIN W 35

Journal für die reine und angewandte Mathematik. Gegründet von A. L. Crelle 1826. Herausgegeben von Helmut Hasse. Band 1—140 Preise auf Anfrage, Band 141—144 je RM. 16.—, Band 145—147 je RM. 12.—, Band 148—151 je RM. 10.—, Band 152 RM. 12.—, Band 153 RM. 17.50, Band 154 RM. 30.—, Band 155 u. 156 je RM. 36.—, Band 157 u. 158 (Jubiläumsband I/II), Band 159—166 je RM. 36.—, Band 167 RM. 56.—, Band 168 RM. 36.—, Band 169 RM. 35.—, Band 170 RM. 35.— Band 171—177 je RM. 30.—.

Das von A. L. Crelle gegründete „Journal für die reine und angewandte Mathematik" darf auf eine über hundertjährige ruhmvolle Vergangenheit zurückblicken. Seit seiner Gründung im Jahre 1826 wurde es der Sammelplatz für die Arbeiten der großen Männer, welche seit dieser Zeit der Mathematik einen neuen Aufschwung gaben.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Gegründet von Carl Ohrtmann und Felix Müller, fortgeführt von Emil Lampe, Arthur Korn, Leon Lichtenstein, Georg Feigl. Herausgegeben ab Band 51 von der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Schriftleitung: Helmut Grunsky. Band 1—62: Jahrgang 1868—1936. Band 1—44 Preise auf Anfrage. Band 45 RM. 75.—, Band 46 RM. 92.—, Band 47 RM. 74.—, Band 48 RM. 121.—, Band 49 RM. 77.—, Band 50 RM. 78.—, Band 51 RM. 100.—, Band 52 (1926) RM. 133.—, Band 53 (1927) RM. 117.—, Band 54 (1928) RM. 135.—, Band 55, 1. Halbband (1929 I) RM. 65.—, Band 55, 2. Halbband (1929 II) RM. 90.—, Band 56, 1. Halbband (1930) RM. 90.—, Band 56, 2. Halbband (1930 II) RM. 84.—, Band 59, 1. Halbband (1933 I) RM. 93.—, Band 60, 1. Halbband (1934 I) RM. 91.—.
Im Erscheinen bzw. in Bearbeitung: Band 57 (1931), Band 58 (1932), Band 59, 2. Halbband (1933 II), Band 60, 2. Halbband (1934 II), Band 61 (1935), Band 62 (1936).
Das Jahrbuch kann ab Band 51 (1925) nicht nur als Ganzes, sondern auch in einzelnen Sonderheften bezogen werden. Jedes Sonderheft umfaßt einen oder zwei der Hauptabschnitte des Jahrbuchs. Es erscheinen folgende Sonderhefte: I. Geschichte, Philosophie, Pädagogik; Mengenlehre. II. Arithmetik und Algebra. III. Analysis. IV. Geometrie. V. Angewandte Mathematik.— Preise auf Anfrage.

C. W. Borchardts gesammelte Werke. Auf Veranlassung der Königl. Preuß. Akademie der Wissenschaften herausg. von G. Hettner. Mit dem Bildnis Borchardts. Quart. IX, 511 Seiten. 1888. . . . . RM. 17.—

G. Lejeune Dirichlets Werke. Herausg. auf Veranlassung der Königl. Preuß. Akademie der Wissenschaften von L. Kronecker. 2 Bände. Quart.
1. Band. Mit Dirichlets Bildnis. X, 644 Seiten. 1889. . . . RM. 21.—
2. Band. Fortgesetzt von L. Fuchs. X, 422 Seiten. 1897. . . RM. 18.—

Carl Gustav Jakob Jacobi, Gesammelte Werke. Auf Veranlassung der Königl. Preuß. Akademie der Wissenschaften. Quart.
1. Band. Herausg. von C. W. Borchardt. Mit dem Bildnis Jacobis. X, 546 Seiten. 1881. 2.—7. Band. Herausg. von K. Weierstraß. 1882 bis 1891. Supplementband. Herausgegeben von E. Loettner. 1884.
Komplett RM. 180.—

J. L. Lagrange, Mathematische Werke. Deutsch herausg. von A. L. Crelle. 3 Bände. Oktav.

1. Band. Die Theorie der analytischen Functionen. CXXVIII, 694 S. 1823. RM. 6.—

2. Band. Vorlesungen über die Functionen-Rechnung. XXII, 1023 S. 1823. RM. 6.—

3. Band. Theorie der Gleichungen. XVI, 552 Seiten. 1824. Vergriffen.

Jacob Steiner, Gesammelte Werke. Auf Veranlassung der Königl. Preuß. Akademie der Wissenschaften herausg. von K. Weierstraß. 2 Bände. Okt.

1. Band. Mit 44 Figurentafeln und Steiners Bildnis. VIII, 527 S. 1881. RM. 16.—

2. Band. Mit 23 Figurentafeln. X, 743 Seiten. 1882. . . . RM. 18.—

Festschrift zur Feier des 20jährigen Bestehens der Calcutta Mathematical Society. Groß-Oktav. VIII, 310 Seiten. 1930 . . . . Geb. RM. 20.—

Dieser stattliche Festband enthält 27 wertvolle Beiträge hervorragender Mathematiker aus Amerika, Deutschland, Frankreich, Großbritannien, Japan, Indien, Italien, Österreich, Polen, Rußland, der Schweiz und Ungarn.

Geschichte der Mathematik. Von Oberstudien-Dir. Prof. Dr. H. Wieleitner. 2 Bde. I: Von den ältesten Zeiten bis zur Wende des 17. Jahrhunderts. 136 Seiten. 1922. II: Von 1700 bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts. 154 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Nr. 226, 875) . . Geb. je RM. 1.62

Geschichte der Mathematik. I. Teil: Von den ältesten Zeiten bis Cartesius. Von Professor Dr. S. Günther in München. Mit 56 Figuren. VIII, 428 Seiten. Neudruck 1927. (Samml. Schubert Bd. 18) . Geb. RM. 17.40 II. Teil: Von Cartesius bis zur Wende des 18. Jahrhunderts. Von Oberstudien-Dir. Prof. Dr. H. Wieleitner in München. 1. Hälfte: Arithmetik, Algebra, Analysis. Mit 6 Figuren. VIII, 251 Seiten. 1911. (Samml. Schubert Bd. 63.) Geb. RM. 8.40. 2. Hälfte: Geometrie und Trigonometrie. Mit 13 Figuren. VI, 222 Seiten. 1921. (Samml. Schubert Bd. 64.) Geb. RM. 3.50

Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung. Von Professor Dr. Johannes Tropfke, Oberstudiendirektor i. R., Berlin. Lexikon-Oktav.

Band 1: Rechnen. VII, 222 Seiten. 3. Aufl., 1930. RM. 12.—, geb. RM. 13.20

Band 2: Allgemeine Arithmetik. IV, 266 Seiten. 3. Aufl., 1933. RM. 12.—, geb. RM. 13.20

Band 3: Proportionen, Gleichungen. IV, 239 Seiten. 3., verbesserte u. vermehrte Aufl., 1937 . . . . . RM 10.—, geb. RM. 11.—

Band 4: Ebene Geometrie. IV, 240 Seiten. 2. Aufl., 1922. RM. 9.—, geb. RM. 10.—

Band 5: I. Ebene Trigonometrie. II. Sphärik und sphärische Trigonometrie. IV, 185 Seiten. 2. Aufl., 1923. RM. 7.50, geb. RM. 8.50

Band 6: Analysis, Analytische Geometrie. IV, 169 Seiten. 2. Aufl., 1924. RM. 7.—, geb. RM. 8.—

Band 7: Stereometrie. Verzeichnisse. V, 128 Seiten. 2. Aufl., 1924. RM. 6.50, geb. RM. 7.50

„Dem Verfasser gebührt unser Dank für sein die neuesten Ergebnisse historischer Forschungen berücksichtigendes, durch Vollständigkeit und Klarheit sich auszeichnendes Werk. Es verdient seinen Platz im Bücherschrank eines jeden Mathematikers.“ *Naturwissenschaften.*

Mathematische Forschung in den letzten 20 Jahren. Rede, gehalten am 31. Januar 1921 vor der Mathematischen Gesellschaft Benares von deren Vorsitzendem Ganesh Prasad. Aus dem Englischen übersetzt von Dr. Friedrich Lange. Groß-Oktav. 37 Seiten. 1923 . . . . RM. 0.80
Dasselbe in englischer Sprache. 1923 . . . . . RM. 0.80

Neue Rechentafeln. Für Multiplikation und Division mit allen ein- bis vierstelligen Zahlen. Herausgegeben von Professor Dr. J. Peters, Observator am Astronomischen Recheninstitut. Folio-Format. VI, 378 Seiten. 1909 . . . . . Geb. RM. 20.—
Diese Rechentafeln von Peters sind ebenfalls in französischer wie englischer Ausgabe zu haben . . . . . Geb. je RM. 20.—

Dr. A. L. Crelles Rechentafeln, welche alles Multiplizieren und Dividieren mit Zahlen unter Tausend ganz ersparen, bei größeren Zahlen aber die Rechnung erleichtern und sicherer machen. Neue Ausgabe. Besorgt von O. Seeliger. Mit Tafeln der Quadrat- und Kubikzahlen von 1—1000. VII, 501 Seiten. Folio. 1930 . . . . . Geb. RM. 26.—
Diese Rechentafeln von Crelle liegen auch in englischer und französischer Ausgabe vor . . . . . Geb. je RM. 26.—

Fünfstellige Logarithmen. Mit mehreren graphischen Rechentafeln und häufig vorkommenden Zahlwerten. Von Reg.-Rat Prof. A. Adler. Zweite Aufl. 117 S. u. 1 Taf. 1929. (Samml. Göschen Bd. 423) Geb. RM. 1.62
Der Band enthält die gemeinen Logarithmen der ganzen Zahlen bis 1000, die der goniometrischen Funktionen, die wirklichen Werte dieser Funktionen und die Reihe von mathematischen, physikalischen und astronomischen Hilfstafeln, wie sie fünfstelligen Logarithmentafeln gewöhnlich beigegeben sind.

Fünfstellige Logarithmentafeln der trigonometrischen Funktionen für jede Zeitsekunde des Quadranten. Herausgegeben von Prof. Dr. J. Peters, Observator am Astronomischen Recheninstitut. Lexikon-Oktav. IV, 82 Seiten. 1912 . . . . . Geb. RM. 7.—
In den vorliegenden Tafeln bietet der Herausgeber, unter Benutzung des wertvollen Materials, das ihm als Resultat der mit J. Bauschinger ausgeführten Bearbeitung der achtstelligen Tafeln der trigonometrischen Funktionen zur Verfügung stand, der rechnenden Astronomie ein Hilfsmittel von großem Nutzen.

Vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Von Professor Dr. E. F. August, weiland Direktor des Köllnischen Realgymnasiums, Berlin. Neunundvierzigste Auflage in der Bearbeitung von Dr. F. August, weiland Professor an der Artillerie- und Ingenieur-Schule, Berlin. Oktav. VII, 204 Seiten. 1931 . . . . . Geb. RM. 2.—
„Die Anordnungen des Zahlenmaterials in den Tafeln, der klare Druck, handliches Format und gediegene Ausstattung empfehlen das Buch allein."
Allgemeine Vermessungs-Nachrichten.

Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt. Von Professor Dr. Hermann Schubert. Neue Ausgabe von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. 175 Seiten. Neue Auflage. 1934. (Samml. Göschen Bd. 81) . . . . . Geb. RM. 1.62
„Die vierstelligen Logarithmen sind in der Form recht handlich und gefällig. Besonders zu empfehlen sind die Tafeln für Schulen, wo es von Vorteil ist, die Lernenden nicht mit umfangreichen Büchern zu belasten."
Zeitschrift d. Österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins.

Vierstellige Logarithmentafeln. Von Dr. Max Zacharias, Studienrat am Vereinigten Friedrichs- und Humboldt-Gymnasium in Berlin, und Dr. Paul Meth, Studienrat an der Herderschule in Charlottenburg. Groß-Oktav. 44 Seiten. 1927 . . . . . Geb. RM. 1.50

Logarithmische Rechentafeln für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner und Physiker. Gegründet von Professor Dr. F. W. Küster †. Für den Gebrauch im Unterrichtslaboratorium und in der Praxis berechnet und mit Erläuterungen versehen. Nach dem gegenwärtigen Stande der Forschung bearbeitet von Dr. A. Thiel, o. ö. Professor der physikalischen Chemie, Direktor des Physik.-Chem. Instituts der Universität Marburg. Einundvierzigste bis fünfundvierzigste Auflage. Oktav. 216 Seiten. 1935 . . . . . Geb. RM. 6.80

Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen sowie der Funktionen e^x und e^{-x} mit den natürlichen Zahlen als Argument. Von Dr.-Ing. Keiichi Hayashi, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität Fukuoka-Hakosaki, Japan. Oktav. IV, 182 Seiten. Neudruck 1931. RM. 9.—

„Der bekannte japanische Verfasser hat aus der Notwendigkeit die Werte beider Funktionsarten gleichzeitig zur Verfügung zu haben, Tafeln berechnet, in denen nicht nur die Hyperbelfunktionen, sondern auch die Kreisfunktionen mit verschieden großen Abstufungen, auf fünf Dezimalstellen angewendet sind. Die Anordnung dieser Tafeln ist äußerst praktisch, Druck und Papier sind ausgezeichnet, so daß die Benutzung sich bequem und einfach gestaltet. Für alle, die zahlenmäßige Rechnungen mit den genannten Funktionen häufiger auszuführen haben, ist der Gebrauch der Tafeln als praktisch und zeitsparend zu empfehlen."
Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure.

Mathematische Formelsammlung. Von Professor O. Th. Bürklen †. Vollständig umgearbeitete Neuausgabe von Dr. F. Ringleb. Mit 37 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. 272 Seiten. 1936. (Sammlung Göschen Bd. 51) . . . . . Geb. RM. 1.62

Formelsammlung zur praktischen Mathematik. Von Dr. Günther Schulz. Mit 10 Abbild. 1937. (Sammlung Göschen Bd. 1110.) Geb. RM. 1.62

Mathematische Mußestunden. Eine Sammlung von Geduldspielen, Kunststücken und Unterhaltungsaufgaben mathematischer Natur. Von Prof. Dr. Hermann Schubert. Fünfte Auflage, neu bearbeitet von Professor Dr. F. Fitting, München-Gladbach. Oktav. 260 Seiten. 1935. Geb. RM. 4.80

Dieses bekannte hier in der 5. Auflage erscheinende Buch wendet sich in erster Linie an den mathematischen Laien, den es in leichtfaßlicher und spannender Form in das Wesen der verbreiteten mathematischen Spiele einführen will. Doch sind auch einzelne Abschnitte aufgenommen, welche sich, oft durch kleineren Druck gekennzeichnet, hauptsächlich an den mathematisch interessierten Leser wenden und diesem Anregungen zu eigenen Untersuchungen auf dem Gebiete der Unterhaltungsmathematik geben wollen.

Lehrbuch der Mathematik für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik. Eine Einführung in die Differential- und Integralrechnung und in die analytische Geometrie. Von Dr. Georg Scheffers, Geh. Regierungsrat, Prof. a. d. Techn. Hochschule Charlottenburg. Mit 438 Fig. Sechste, verb. Aufl. Neue Ausg. Lex.-Okt. VIII, 743 S. 1932. Geb. RM. 15.—

Dieses vor allem für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik geschriebene Lehrbuch ist in erster Linie für den Selbstunterricht bestimmt und geht daher von dem denkbar geringsten Maß von Vorkenntnissen aus: der Leser braucht nur im Buchstabenrechnen, in der Auflösung von Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten und in der niederen Geometrie bewandert zu sein.

Lehrbuch der höheren Mathematik für Universitäten und Technische Hochschulen, bearbeitet nach den Vorlesungen von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Prof. an der Technischen Hochschule zu Dresden, o. Mitglied der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. 3 Bände. 1933. Jeder Band ist einzeln käuflich. . . . . Geb. je RM. 3.80

I. Vektorrechnung und analytische Geometrie.
II. Hauptpunkte der analytischen Geometrie des Raumes. — Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung.
III. Fortsetzung der Differential- und Integralrechnung. — Differentialgleichungen. Differentialgeometrie. Funktionen einer komplexen Veränderlichen. — Probleme der Variationsrechnung.

„. . . Klare und anschauliche Darstellung, mathematische Strenge, pädagogisches Geschick in der Verwertung der jeweils geeigneten Methoden (ich weise auf die durchgängige Verwendung der Vektorrechnung hin), Geschlossenheit in

dem Sinn, daß alle Hilfsmittel, die für die Darstellung nötig sind, in dem Werk selbst bereitgestellt werden, Allgemeinheit der leitenden Gesichtspunkte und Weite des Blicks sowie Veranschaulichung der vorgetragenen Theorien durch geeignete Anwendungen zeichnen es aus."

Unterrichtsblätter für Mathematik, Nr. 5, 1935.

Arithmetik nebst Gleichungen 1. und 2. Grades. Von Professor Dr. Hermann Schubert. Dritte Auflage, neubearbeitet von Professor P. B. Fischer, Studienrat am Gymnasium zu Berlin-Steglitz. Mit 5 Figuren. 132 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 47) . . . . . Geb. RM. 1.62

Mengenlehre. Von Dr. E. Kamke, Professor an der Universität Tübingen. Mit 6 Figuren. 160 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 999) Geb. RM. 1.62

Mengenlehre. Von Dr. F. Hausdorff, em. o. Professor an der Universität Bonn. Dritte Auflage. Mit 12 Figuren. 303 Seiten. 1935. (Göschens Lehrbücherei Bd. 7) . . . . . Geb. RM. 13.50

Einführung in die Axiomatik der Algebra. Von Dr. H. Beck, o. Professor an der Universität Bonn. X, 198 Seiten. 1926. (Göschens Lehrbücherei Bd. 6) . . . . . RM. 9.—, geb. RM. 10.50

Das vorliegende Buch enthält im wesentlichen den Stoff einer an der Bonner Universität gehaltenen Anfängervorlesung; es erschöpft sich nicht in axiomatischen Dingen, sondern bringt darüber hinaus eine Reihe anderer Gebiete, die der Studierende braucht.

Höhere Algebra. Von Dr. Helmut Hasse, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Göttingen.

I: Lineare Gleichungen. Zweite, verbesserte Auflage. 152 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 931) . . . . . Geb. RM. 1.62

II: Gleichungen höheren Grades. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 5 Fig. 160 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 932) Geb. RM. 1.62

„Es ist dem Verfasser gelungen, in engstem Rahmen das Gebäude der ‚allgemeinen' Algebra vor den Augen des Lesers aufzurichten, einer Algebra, die auf dem Fundament der Definitionen der Ringe, Körper und Integritätsbereiche aufgebaut ist." *Zeitschrift für mathem. und naturw. Unterricht.*

Aufgabensammlung zur höheren Algebra. Von Dr. Helmut Hasse, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Göttingen. 160 Seiten. 1934. (Sammlung Göschen Bd. 1082) . . . . . Geb. RM. 1.62

Algebraische Theorie der Körper. Von Prof. Dr. Ernst Steinitz. Neu herausgegeben, mit Erläuterungen und einem Anhang: Abriß der Galoisschen Theorie versehen von Dr. Reinhold Baer und Prof. Dr. Helmut Hasse. Oktav. 134 Seiten und 27 Seiten Erläuterungsheft. 1930. RM. 9.—, geb. RM. 10.20

Algebra I: Die Grundlagen. Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 4 Figuren. VIII, 301 Seiten. 1932. (Göschens Lehrbücherei Bd. 8) Geb. RM. 11.50

Algebra II: Theorie der algebraischen Gleichungen. Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 5 Figuren. VIII, 261 S. 1933. (Göschens Lehrbücherei Bd. 9) Geb. RM. 9.50

Band I enthält die Grundbegriffe, es folgt ein Kapitel über den polynomischen und den Taylorschen Satz und der für den Ingenieur wichtige Abschnitt über Determinanten. Anschließend folgen Kapitel über symmetrische Funktionen, Teilbarkeit und über die Existenz von Wurzeln. Band II ist der Gleichungstheorie gewidmet.

Praxis der Gleichungen. Von Dr. C. Runge, Professor an der Universität Göttingen. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 8 Figuren. V, 172 Seiten. 1921. (Göschens Lehrbücherei Bd. 2) . . . . RM. 6.—, geb. RM. 7.—

Eine erschöpfende Darstellung der Verfahren zur numerischen Auswertung der linearen und nichtlinearen Gleichungen mit einer und mehreren Unbekannten. Dient das Werk auch in erster Linie den Bedürfnissen des praktischen Rechnens, so findet doch auch der Lehrer viele wertvolle Anregungen darin.

Beispielsammlung zur Arithmetik und Algebra. Von Professor Dr. Hermann Schubert. Vierte, neubearbeitete und erweiterte Auflage von Professor P. B. Fischer, Studienrat am Gymnasium in Berlin-Steglitz. Mit 8 Figuren. 139 Seiten. Neudruck. 1931. (Samml. Göschen Bd. 48) Geb. RM. 1.62

Gruppentheorie. Von Dr. Ludwig Baumgartner in München. Mit 8 Figuren. 120 Seiten. 1921. (Samml. Göschen Bd. 837) . . . . . Geb. RM. 1.62

Determinanten. Von Studienrat Professor Paul B. Fischer. Dritte, verbesserte Auflage. Durchgesehener Neudruck. 136 Seiten. 1932. (Samml. Göschen Bd. 402) . . . . . Geb. RM. 1.62

Einführung in die Determinantentheorie einschließlich der Fredholmschen Determinanten. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule in Dresden. Zweite, verbesserte Auflage. Groß-Oktav. IV, 304 Seiten. 1925 . . . . . RM. 14.—, geb. RM. 15.50

„Die Kowalewskische Darstellung des umfangreichen Gebietes zeichnet sich durch die anschauliche Kraft und Klarheit der Sprache vor anderen aus. Die Beschäftigung mit diesem Buche gewährt neben dem wissenschaftlichen Gewinn einen reichen ästhetischen Genuß." *Schulwart.*

Grundlehren der neueren Zahlentheorie. Von Professor Dr. Paul Bachmann. Dritte, neu durchgesehene Auflage. Herausgegeben von Dr. Robert Haußner, ord. Professor an der Universität Jena. Mit 10 Figuren. XVI, 252 Seiten. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 3) RM. 9.50, geb. RM. 10.50

Der erste Abschnitt umfaßt die klassische Theorie der rationalen Zahlen, der zweite eine Einführung in die Theorie der algebraischen Zahlen, deren verschiedene Methoden am Beispiel des quadratischen Körpers zu einem harmonischen, in sich geschlossenen Bau zusammengefügt werden.

Synthetische Zahlentheorie. Von Dr. Rudolf Fueter, o. Professor an der Universität Zürich. Zweite, verbesserte Auflage. VIII, 277 Seiten. 1925. (Göschens Lehrbücherei Bd. 4) . . . . . RM. 10.—, geb. RM. 12.—

Die vorliegende zweite Auflage des bewährten Lehrbuches weist gegen die erste zahlreiche Änderungen und Ergänzungen auf.

Das Fermatproblem in seiner bisherigen Entwicklung. Von Professor Dr. Paul Bachmann. Oktav. VIII, 160 Seiten. 1919 . . . . RM. 2.50

In der vorliegenden Abhandlung gibt der Verfasser eine Übersicht von den Beweisverfahren und den Theorien, welche Euler, Legendre, Gauß, Dirichlet, Kummer und andere Forscher in ihren Studien über das allgemeine Fermatproblem angewandt und entwickelt haben.

Irrationalzahlen. Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. VIII, 186 Seiten. 1921. (Göschens Lehrbücherei Bd. 1) RM. 6.—, geb. RM. 7.—

Punkt- und Vektor-Rechnung. Von Dr. Alfred Lotze, Professor für Mathematik an der Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 7 Figuren. 192 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 13) . . . RM. 12.—, geb. RM. 13.—

Das Kontinuum. Kritische Untersuchungen über die Grundlagen der Analysis. Von Professor Dr. Hermann Weyl. Unveränderter Neudruck. V, 84 Seiten. 1932. . . . . RM. 3.—

Differentialrechnung. Von Prof. Dr. A. Witting, Oberstudienrat i. R. in Dresden. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 94 Figuren und 189 Beispielen. 191 Seiten. 1936. (Samml. Göschen Bd. 87) . . Geb. RM. 1.62

Integralrechnung. Von Prof. Dr. A. Witting, Oberstudienrat i. R. in Dresden. Mit 63 Figuren und 190 Beispielen. 176 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 88) . . . . . Geb. RM. 1.62

Repetitorium und Aufgabensammlung zur Differentialrechnung. Von Professor Dr. A. Witting. Mit 58 Figuren und 405 Beispielen und Aufgaben. 136 Seiten. 1935. (Samml. Göschen Bd. 146) . Geb. RM. 1.62

Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung. Von Prof. Dr. A. Witting, Mit 32 Figuren und 305 Beispielen. 118 Seiten. 1934. (Samml. Göschen Bd. 147) . . . . . Geb. RM. 1.62

Elementare Reihenlehre. Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 4 Figuren im Text. 136 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 943) . . . . . Geb. RM. 1.62

Komplexe Reihen nebst Aufgaben über reelle und komplexe Reihen. Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 3 Figuren im Text. 140 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 1027) . Geb. RM. 1.62

Fouriersche Reihen. Von Dr. W. Rogosinski, a. o. Professor an der Universität Königsberg i. Pr. Mit 4 Figuren. 135 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 1022) . . . . . Geb. RM. 1.62

Lebesguesche Integrale und Fouriersche Reihen. Von Professor Dr. L. Schlesinger und Dr. A. Pleßner. Groß-Oktav. VIII, 229 Seiten. 1926. RM. 14.—, geb. RM. 16.—

Reihenentwicklungen in der mathematischen Physik. Von Dr. Josef Lense, o. ö. Professor der Technischen Hochschule München. Mit 30 Abbildungen. 178 Seiten. 1933. . . . . Geb. RM. 9.50

Lehrbuch der Differentialgleichungen. Von Dr. Heinrich Liebmann, o. Professor an der Universität Heidelberg. Groß-Oktav. VI, 226 Seiten. Mit 31 Figuren. 1901 . . . . . RM. 6.—, geb. RM. 8.—

Gewöhnliche Differentialgleichungen. Von Prof. Dr. G. Hoheisel. Zweite, verbesserte Auflage. 159 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 920) Geb. RM. 1.62

Gewöhnliche Differentialgleichungen. Von Dr. J. Horn, o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Zweite, völlig umgearb. Auflage. Mit 4 Figuren. VIII, 197 Seiten. 1927. (Göschens Lehrbücherei Bd. 10) RM. 9.—, geb. RM. 10.50

Partielle Differentialgleichungen. Von Prof. Dr. G. Hoheisel. 159 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 1003) . . . . . Geb. RM. 1.62

Partielle Differentialgleichungen. Von Dr. J. Horn, o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 8 Figuren. VIII, 228 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 14) RM. 11.—, geb. RM. 12.—

In diesem einführenden Lehrbuch, das seine Eigenart ganz aus dem bewährten Programm von „Göschens Lehrbücherei" herleitet, werden sowohl lineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung, wie sie in der mathematischen Physik vorkommen, als auch nichtlineare partielle Differentialgleichungen erster und zweiter Ordnung behandelt, sowohl Randwert- als auch Anfangswertprobleme, durchweg unter Beschränkung auf zwei unabhängige Veränderliche; es wird auch eine Einführung in die häufig benutzte Theorie der Integralgleichungen gegeben.

Aufgabensammlung zu den gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen. Von Professor Dr. G. Hoheisel. 148 Seiten. 1933. (Sammlung Göschen Bd. 1059) . . . . . Geb. RM. 1.62

Integralgleichungen. Von Prof. Dr. G. Hoheisel. 136 Seiten. 1936. (Samml. Göschen Bd. 1099) . . . . . Geb. RM. 1.62

Grundzüge und Aufgaben der Differential- und Integralrechnung nebst den Resultaten. Von Dr. H. Dölp. Neu bearbeitet von Dr. Eugen Netto, 18. Auflage. Oktav. 214 Seiten. 1935. (Verlag von Alfred Töpelmann. Berlin W 35.) . . . . . RM. 1.95

Das Bändchen stellt eine elementare Aufgabensammlung zur Differential- und Integralrechnung mit eingefügten Erläuterungen dar. Der erste Abschnitt, Differentialrechnung für Funktionen einer und mehrerer Veränderlichen, bringt die Differentiation der elementaren Funktionen, einschließlich implizite Funktionen, die Ermittlung der Werte unbestimmter Formen, Maxima und Minima, Taylorsche Reihe. Der zweite Abschnitt, Integralrechnung, führt das Integral als unbestimmtes ein, entwickelt die Integrationsformeln im Bereiche der elementaren Funktionen und geht dann kurz auf das bestimmte Integral ein. Schließlich werden noch verhältnismäßig ausführlich geometrische Anwendungen der Infinitesimalrechnung gebracht: Tangentenbestimmung, singuläre Punkte, Krümmung; Quadratur, Rektifikation, Kubatur.

Integralgleichungen. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden. Mit 11 Figuren. Groß-Oktav. 302 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 18) . . RM. 15.—, geb. RM. 16.50

Funktionentheoretische Vorlesungen. Von Heinrich Burkhardt. Neu herausgegeben von Dr. Georg Faber, o. Professor an der Technischen Hochschule in München.

I. Band 1. Heft. Dritte, umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. X, 182 Seiten. 1920 . . . . . RM. 6.—, geb. RM. 7.20

I. Band 2. Heft. Fünfte, umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. X, 286 Seiten. 1921 . . . . . RM. 9.—, geb. RM. 10.50

II. Band. Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. VI, 444 Seiten. 1920 . . . . . RM. 14.—, geb. RM. 15.50

Das Buch will in einer für Studierende geeigneten Form den Zugang zu den Funktionentheorien von Weierstraß und von Riemann zugleich erschließen.

Elemente der Funktionentheorie. Von Dr. Konrad Knopp, o. Prof. an der Universität Tübingen. Mit 23 Fig. 144 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 1109.). . . . . Geb. RM. 1.62

Funktionentheorie. Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.

Erster Teil: Grundlagen der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen. Mit 8 Figuren. Fünfte, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 668) . . . . . Geb. RM. 1.62

Zweiter Teil: Anwendungen und Weiterführung der allgemeinen Theorie. Mit 7 Figuren. Vierte, verbesserte Auflage. 138 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 703) . . . . . Geb. RM. 1.62

„Die beiden vollständig neubearbeiteten Bände seien allen Studierenden der Mathematik als Muster klarer und strenger Darstellung aufs wärmste empfohlen."
Monatsschrift für Mathematik und Physik.

Aufgabensammlung zur Funktionentheorie. Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.

Erster Teil: Aufgaben zur elementaren Funktionentheorie. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 877) Geb. RM. 1.62

Zweiter Teil: Aufgaben zur höheren Funktionentheorie. 143 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 878) . . . . . Geb. RM. 1.62

Einführung in die konforme Abbildung. Von Dr. Ludwig Bieberbach, o. ö. Professor an der Universität Berlin. Dritte Auflage. Mit 42 Zeichnungen. 136 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 768). Geb. RM. 1.62

Automorphe Funktionen. Von Professor Dr. L. Schlesinger. X, 205 Seiten. 1924. (Göschens Lehrbücherei Bd. 5) . . . . RM. 8.—, geb. RM. 9.20

Elliptische Funktionen. Von Dr. R. König, o. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. M. Krafft, a. o. Professor an der Universität Marburg i. H. Mit 4 Figuren. 263 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 11) . . . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Elliptische Funktionen. Von Dr. Karl Boehm, Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe.

I. Teil: Theorie der elliptischen Funktionen aus analytischen Ausdrücken entwickelt. Mit 11 Figuren. Oktav. XII, 356 Seiten, Neudruck 1930. (Samml. Schubert Bd. 30) . . Geb. RM. 20.—

II. Teil: Theorie der elliptischen Integrale. Umkehrproblem. Mit 28 Figuren. Oktav. VII, 180 Seiten. 1910. (Samml. Schubert Bd. 61) Geb. RM. 7.80

„ ... Für denjenigen, der die Grundzüge der Theorie der analytischen und elliptischen Funktionen kennt, ein hoher Genuß, den harmonischen Aufbau der ganzen Theorie vor sich entstehen zu sehen. Vom Anfänger, der zunächst unmöglich die Notwendigkeit eines so breiten Unterbaus einsehen kann, wird ein hohes Maß von Selbstverleugnung und ein blindes Vertrauen in die Autorität des Lehrbuches verlangt, das zuguterletzt durch eine reiche Ernte von neuen Erkenntnissen gebührend belohnt wird." *Unterr.-Blätter f. Mathematik.*

Einführung in die Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen. Von Heinrich W. E. Jung, o. ö. Professor an der Universität Halle-Wittenberg. Mit 35 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. VI, 246 Seiten. 1923 . . . . . RM. 3.50, geb. RM. 4.—

Potentialtheorie. Von Dr. W. Sternberg.

I. Die Elemente der Potentialtheorie. Mit 5 Figuren. 136 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 901) . . . . . Geb. RM. 1.62

II. Die Randwertaufgaben der Potentialtheorie. Mit 1 Figur. 133 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 944) . . . . . Geb. RM. 1.62

Theorie des Potentials und der Kugelfunktionen. Von Professor Dr. A. Wangerin in Halle a. d. S.

I. Teil: Mit 46 Figuren. VIII, 255 Seiten. Unveränderter Neudruck. 1922. (Samml. Schubert Bd. 58) . . . . . Geb. RM. 4.—

II. Teil: Mit 17 Figuren. VIII, 286 Seiten. 1921. (Samml. Schubert Bd. 59) Geb. RM. 4.—

Numerische Integration. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 2 Figuren. 116 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 864) . . . . Geb. RM. 1.62

Die Darstellung ist sehr übersichtlich und so elementar als möglich gehalten. Sie setzt nur die Kenntnisse der Grundgesetze der Differential- und Integralrechnung voraus und wendet sich an Mathematiker, Physiker und vor allem an Ingenieure, für die das Buch eine gute Anleitung und Einführung ist.

Graphische Integration. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 53 Figuren. 142 Seiten. 1920. (Samml. Göschen Bd. 801) . . . . Geb. RM. 1.62

Methoden der praktischen Analysis. Von Professor Dr. Fr. A. Willers a. d. Bergakademie Freiberg (Sachsen). Mit 132 Figuren. 344 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 12) . . . . . RM. 20.—, geb. RM. 21.50

Der Band gibt dem Mathematiker einen Einblick in die Anwendungsmöglichkeiten der Methoden und macht den Naturwissenschaftler und Ingenieur mit den theoretischen Grundlagen bekannt.

Praktisches Zahlenrechnen. Von Professor Dr.-Ing. P. Werkmeister in Dresden. Mit 60 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1929. (Samml. Göschen Bd. 405) . . . . . Geb. RM. 1.62

Mathematische Instrumente. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 68 Figuren. 144 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 922) . . Geb. RM. 1.62

Geodäsie (Landesvermessung u. Erdmessung). Von Prof. Dr. Gustav Förster. Mit 33 Figuren. 122 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 102) Geb. RM. 1.62

Vermessungskunde. Von Dr.-Ing. P. Werkmeister, o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden.

I: Stückmessung und Nivellieren. Mit 146 Figuren. Fünfte Auflage. 163 Seiten. 1932. (Samml. Göschen Bd. 468) . . . Geb. RM. 1.62

II: Messung von Horizontalwinkeln, Festlegung von Punkten im Koordinatensystem. Absteckungen. Mit 93 Figuren. Dritte Auflage. 148 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 469) . . . Geb. RM. 1.62

III: Trigonometrische und barometrische Höhenmessung. Tachymetrie und Topographie. Mit 63 Figuren. Dritte Auflage. 144 Seiten. 1934. (Samml. Göschen Bd. 862) . . . . . Geb. RM. 1.62

Grundlagen der Geometrie. Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Herausgegeben von Dr. W. Schwan. Mit 77 Figuren. 143 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 17) . . . . . RM. 6.50, geb. RM. 7.80

Inhalt: I. Gleichheit, Ordnung und Stetigkeit. II. Die Messung durch Zahlen. (Streckenmessung, Winkelmessung, Flächenmessung.) III. Die projektive Geometrie in der Ebene. (Der Fundamentalsatz. Analyse des Fundamentalsatzes. Beweis des Fundamentalsatzes.) IV. Die projektive Geometrie im Raume. (Der Fundamentalsatz. Der Desarguessche Satz. Die Koordinatengeometrie.) V. Künstliche Geometrien.

Grundzüge der ebenen Geometrie. Von Professor Dr. F. Bohnert in Hamburg. Mit 220 Figuren. VIII, 223 Seiten. 1915. (Samml. Schubert Bd. 2) Geb. RM. 3.90

Ebene und sphärische Trigonometrie. Von Prof. Dr. F. Bohnert in Hamburg. Zweite Auflage. Dritter Neudruck. Mit 63 Figuren. VIII, 167 Seiten. 1919. (Samml. Schubert Bd. 3) . . . . . Geb. RM. 4.40

Das Buch enthält die Grundbegriffe der Trigonometrie. Die beigegebenen Beispiele sollen den unentbehrlichen Übungsstoff liefern und gleichzeitig einen Überblick über die vielfache Verwendbarkeit und Bedeutsamkeit der Trigonometrie gewähren. Das letzte Kapitel bietet die wichtigsten Anwendungen der Sphärik auf die mathematische Geographie.

Ebene und sphärische Trigonometrie. Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Mit 59 Figuren. Vierte Auflage. 171 Seiten. 1934. (Samml. Göschen Bd. 99) . . . . . Geb. RM. 1.62

„Der Verfasser hat seine Aufgabe, in dem engen Rahmen nicht bloß alle wichtigen Formeln mitzuteilen, sondern auch die Grundgedanken, auf welchen dieselben beruhen, klar darzustellen und den Zusammenhang derselben, ihre Bedeutung und Anwendbarkeit hervorzuheben, vortrefflich gelöst.“

Archiv der Mathematik und Physik.

Einführung in die analytische Geometrie. Von Professor Dr. Gerhard Kowalewski. Mit 112 Figuren. Dritte, unveränderte Auflage. Lexikon-Oktav. VIII, 360 Seiten. 1929 . . . . . Geb. RM. 11.20

Das aus Vorlesungen entstandene Buch ist namentlich zum Gebrauch für Studierende bestimmt.

Lehrbuch der analytischen Geometrie. Von Professor Dr. Friedrich Schur. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 81 Figuren. Groß-Oktav. XII, 248 Seiten. 1912. . . . . Geb. RM. 7.70

Analytische Geometrie der Ebene. Von Dr. R. Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. Zweite, verb. Auflage. Mit 60 Figuren. 164 Seiten. 1934. (Samml. Göschen Bd. 65) . . . . . Geb. RM. 1.62

Die Darstellung beginnt elementar und setzt nur die nötigsten planimetrischen und algebraischen Schulkenntnisse voraus. Es ist nicht nur die allgemeine Theorie der analytischen Gebilde ersten und zweiten Grades vollständig gegeben, sondern auch eine größere Zahl von speziellen Sätzen vornehmlich über die Kegelschnitte.

Sammlung von Aufgaben und Beispielen zur analytischen Geometrie der Ebene mit den vollständigen Lösungen. Von Dr. R. Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. Mit 22 Figuren im Text. 139 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 256) . . . . . Geb. RM. 1.62

Analytische Geometrie des Raumes. Von Dr. Robert Haußner o. ö. Professor an der Universität Jena. Mit 36 Figuren im Text. 132 Seiten. 1935. (Samml. Göschen Bd. 89) . . . . . Geb. RM. 1.62

Elementargeometrie der Ebene und des Raumes. Von Professor Dr. Max Zacharias, Studienrat in Berlin. Mit 196 Figuren im Text. 252 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 16) . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Die Elementargeometrie wird nicht vom Standpunkte des Schulunterrichts, sondern von dem der Wissenschaft aus behandelt. Ausgangspunkt ist das (etwas modifizierte) Hilbertsche Axiomensystem. In der Darstellung treten zwei Momente in den Vordergrund: die geschichtliche Entwicklung und die prinzipielle Begründung der einzelnen Gebiete.

Koordinatensysteme. Von Professor Paul B. Fischer, Studienrat am Gymnasium zu Berlin-Steglitz. Mit 8 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 128 Seiten. 1919. (Samml. Göschen Bd. 507) . . . Geb. RM. 1.62

Nichteuklidische Geometrie. Von Professor Dr. Richard Baldus. Mit 71 Figuren. 152 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 970) . . Geb. RM. 1.62

Nichteuklidische Geometrie. Von Prof. Dr. H. Liebmann in Heidelberg. Mit 40 Figuren. Dritte Auflage. 150 Seiten. 1923. RM. 6.—, geb. RM. 7.—

Das vorliegende Buch will, möglichst wenig an mathematischen Kenntnissen voraussetzend, in die nichteuklidische Geometrie einführen, und zwar nur auf einem Gebiete — dem der Ebene —, auf diesem aber gründlich dargestellt.

Kreis und Kugel. Von Dr. Wilhelm Blaschke, o. Prof. a. d. Univ. Hamburg. Mit 27 Fig. im Text. Groß-Oktav. X, 169 S. 1916. RM. 4.40, geb. RM. 5.50

Algebraische Kurven. Neue Bearbeitung von Prof. Dr. H. Wieleitner, Oberstudiendirektor in München.
Erster Teil: Gestaltliche Verhältnisse. Mit 97 Figuren. Durchgesehener Neudruck. 146 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 435) Geb. RM. 1.62
Zweiter Teil: Allgemeine Eigenschaften. Mit 35 Figuren. Neudruck. 123 Seiten. 1919. (Samml. Göschen Bd. 436) . . . . . Geb. RM. 1.62

Liniengeometrie mit Anwendungen. Von Professor Dr. Konrad Zindler in Innsbruck. I. Teil. Mit 87 Figuren. Neudruck. VIII, 380 Seiten. 1928. (Samml. Schubert Bd. 34) . . . . . Geb. RM. 18.—
II. Teil. Mit 24 Figuren. VII, 252 Seiten. 1906. (Samml. Schubert Bd. 51) Geb. RM. 9.50

Projektive Liniengeometrie. Von Dr. Robert Sauer, Prof. an der Technischen Hochschule Aachen. Mit 36 Abbild. Groß-Oktav. 1937. (Göschens Lehrbücherei Bd. 23.) Im Druck.

Projektive Geometrie. Von Dr. H. Timerding, Prof. an der Technischen Hochschule Braunschweig. Mit zahlreichen Figuren. 1937. (Samml. Göschen Bd. 72.) . . . . . Geb. RM. 1.62

Aufgabensammlung zur projektiven Geometrie. Von Dr. H. Timerding, Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig. Mit 65 Figuren. 140 Seiten. 1933. (Sammlung Göschen Bd. 1060). Geb. RM. 1.62

Geometrische Transformationen. Von Dr. Karl Doehlemann, weil. Professor an der Technischen Hochschule München. Zweite Auflage, herausgegeben von Dr. Wilhelm Olbrich, Professor an der Hochschule für Bodenkultur in Wien. Mit 89 Figuren im Text und 4 Abbildungen. 254 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 15) RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Vorlesungen über allgemeine natürliche Geometrie und Liesche Transformationsgruppen. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. ö. Professor der reinen Mathematik an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 16 Figuren. Groß-Oktav. 280 Seiten. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 19)
RM. 15.50 geb. RM. 17.—

Affine Differentialgeometrie. Von Dr. Erich Salkowski, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin. Groß-Oktav. Mit 23 Figuren. 200 Seiten. 1934. (Göschens Lehrbücherei Bd. 22) . . . . . Geb. RM. 10.—

Die vorliegende Darstellung ist aus Vorlesungen hervorgegangen, die der Verfasser an den Technischen Hochschulen Hannover und Berlin gehalten hat. Das Ziel dieses neuen Bandes von Göschens Lehrbücherei ist, den Anfänger, dem nur die Grundtatsachen der Vektorrechnung und der Differentialgeometrie geläufig sein müssen, mit den Begriffsbildungen der Tensorrechnung vertraut zu machen, die für das Verständnis der neueren differential-geometrischen und mathematisch-physikalischen Forschung unentbehrlich sind. Dabei wurde darauf Bedacht genommen, von den einfachsten, allgemein bekannten Tatsachen ausgehend und in dauernder Verbindung mit der geometrischen Anschauung den Formelapparat der Ricci-Rechnung allmählich so zu entwickeln, daß er dem Lernenden nicht als ein analytisches Kunststück entgegentritt, sondern sich als ein naturgemäßes Hilfsmittel der geometrischen Forschung aufbaut. Aus diesem Grunde wurde die Untersuchung auf die einfachsten Gegenstände beschränkt und grundsätzlich nur zweidimensionale analytische Gebilde betrachtet.

Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie. Von Dr. Georg Scheffers, Geh. Reg.-Rat, Professor an der Technischen Hochschule Charlottenburg. I. Mit 107 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. XII, 482 Seiten. 1923 . . . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50

II. Mit 110 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. XI, 582 Seiten. 1922. RM. 15.—, geb. RM. 16.50

Theorie der Raumkurven und krummen Flächen. Von Oberstudiendirektor Prof. Dr. V. Kommerell in Tübingen und Prof. Dr. K. Kommerell in Tübingen. I: Krümmung der Raumkurven und Flächen. Vierte Auflage. Mit 38 Figuren. 205 Seiten. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 20) Geb. RM. 10.—

II: Kurven auf Flächen. Spezielle Flächen. Theorie der Strahlensysteme. Vierte Auflage. Mit 22 Figuren. 1931 . . Geb. RM. 10.—

Vektoranalysis in ihren Grundzügen und wichtigsten physikalischen Anwendungen. Von Dr. Arthur Haas, a. o. Professor an der Universität Wien. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 37 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. VI, 147 Seiten. 1929 . . . . . RM. 5.—, geb. RM. 6.—

Vektoranalysis. Von Dr. Siegfried Valentiner, Professor für Physik an der Bergakademie Clausthal. Mit 16 Figuren. Vierte, umgearbeitete Auflage. 136 Seiten. 1929. (Samml. Göschen Bd. 354) . . . Geb. RM. 1.62

Darstellende Geometrie. Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena.

Erster Teil: Elemente; Ebenflächige Gebilde. Vierte, verbesserte Auflage. Mit 110 Figuren im Text. 207 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 142) . . . . . Geb. RM. 1.62

Zweiter Teil: Perspektive ebener Gebilde; Kegelschnitte. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 88 Figuren im Text. 168 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 143) . . . . . Geb. RM 1.62

Dritter Teil: Zylinder, Kegel, Kugel, Rotations- und Schraubenflächen, Schattenkonstruktionen, Axonometrie. Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. Wolfgang Haack, Privatdozent für Mathematik an der Technischen Hochschule Danzig-Langfuhr. Mit 65 Figuren im Text. 141 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 144) . . . . . Geb. RM. 1.62

Vierter Teil: Freie und gebundene Perspektive, Photogrammetrie, kotierte Projektion. Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathematik an der Univ. Jena, und Dr. Wolfgang Haack, Privatdozent für Mathematik an der Techn. Hochschule Danzig-Langfuhr. Mit 76 Figuren im Text. 144 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 1063). Geb. RM. 1.62

Lehrbuch der darstellenden Geometrie. Von Dr. Karl Rohn, Geh. Rat, weiland Professor an der Universität Leipzig, und Dr. Erwin Papperitz, Geh. Rat, Professor an der Bergakademie in Freiberg i. Sa. Drei Bände.

Groß-Oktav. I. Orthogonalprojektion. Vielflache, Perspektivität ebener Figuren, Kurven, Zylinder, Kugel, Kegel, Rotations- und Schraubenflächen. Vierte, erweiterte Auflage. XX, 502 Seiten. Mit 351 Figuren. Neudruck 1932. . . . . Geb. RM 18.90
II. Axonometrie, Perspektive, Beleuchtung. Vierte, umgearbeitete Auflage. VI, 194 Seiten. Mit 118 Figuren. Neudruck. 1932. Geb. RM. 8.55
III. Kegelschnitte, Flächen zweiten Grades, Regel-, abwickelbare und andere Flächen. Flächenkrümmung. Vierte, unveränderte Auflage. X, 334 Seiten. Mit 157 Figuren. 1923 . . . . . Geb. RM. 12.—

Darstellende Geometrie. Von Theodor Schmid, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien. I. Teil: Eckige Körper, Kugel, Zylinder, Kegel, Plankurven und Raumkurven mit den zugehörigen Torsen im Normalrißverfahren und in orthogonaler Axonometrie. Dritte Auflage. Mit 170 Figuren. 283 S. 1922. (Samml. Schubert Bd. 65) Geb. RM. 6.—
II. Teil: Schiefe und zentrale Projektion. Dreh-, Rohr-, Schrauben- und Regelflächen. Geländedarstellung, Kartenprojektion, Nomographie. Zweite Auflage. Mit 163 Fig. 340 S. 1923. (Samml. Schubert Bd. 66) Geb. RM. 7.50

Wahrscheinlichkeitsrechnung. Von Dr. Otto Knopf, o. Professor der Astronomie an der Universität Jena. I. 112 Seiten. 1923. II. Mit 10 Figuren. 112 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 508 und 871) Geb. je RM. 1.62

Eine knappe, klare Darstellung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, deren Wert für die mathematischen Grundlagen des Versicherungswesens, für die statistische Mechanik und neuerdings auch für das Fernsprechwesen auf der Hand liegt.

Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Von Wilhelm Weitbrecht, Professor der Geodäsie in Stuttgart. Zweite, veränderte Auflage.
I. Teil: Ableitung der grundlegenden Sätze und Formeln. Mit 8 Figuren. Neudruck. 127 Seiten. 1919. (Samml. Göschen Bd. 302) Geb. RM. 1.62
II. Teil: Zahlenbeispiele. Mit 8 Figuren. Neudruck. 141 Seiten. 1920. (Samml. Göschen Bd. 641) . . . . . Geb. RM. 1.62

Jeder der beiden Teile bildet ein das ganze Gebiet umfassendes, für sich geschlossenes Ganzes. Der erste enthält die Ableitung der grundlegenden Sätze und Formeln, während im zweiten die fertigen Ergebnisse dieser Ableitungen zusammengestellt und auf hauptsächlich dem Gebiet der Geodäsie entnommene Zahlenbeispiele angewendet werden.

Versicherungsmathematik. Von Dr. Friedrich Boehm, Professor an der Universität München.
I. Elemente der Versicherungsrechnung. 144 Seiten. 1925. (Sammlung Göschen Bd. 180) . . . . . Geb. RM. 1.62
II. Lebensversicherungsmathematik. Einführung in die technischen Grundlagen der Sozialversicherung. 171 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 917) . . . . . Geb. RM. 1.62

Der erste Band behandelt den Zins als erste, die Sterbetafel als zweite Rechnungsgrundlage, die Prämienreserve und die Versicherung verbundener Leben. Der zweite Band enthält außer einer eingehenden Behandlung der Lebensversicherungsmathematik eine Einführung in die technischen Grundlagen der Sozialversicherung.

Politische Arithmetik. (Zinseszinsen-, Renten- und Anleiherechnung.) Von Dr. Emil Foerster, Honorardozent an der Technischen Hochschule in Wien. Mit 7 Figuren. 155 Seiten. 1924. (Samml. Göschen Bd. 879) Geb. RM. 1.62

In 6 Kapiteln wird der Reihe nach die einfache Zinsenrechnung, die Zinseszinsenrechnung für Einzelkapitalien und Renten, das Rechnen mit vorschüssigen Zinsen, die Schuldentilgung sowie die Kurs- und Rentabilitätsrechnung behandelt.

Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik. Von Professor Dr. M. Pirani. Zweite, verbesserte Auflage, besorgt durch Dr. J. Runge. Mit 71 Abbildungen. 149 Seit. 1931. (Samml. Göschen Bd. 728) Geb. RM. 1.62

Von der einfachen Darstellung von Größen mit unbekanntem Zusammenhang in Form von Kurven oder Skalen ausgehend, geht der Verfasser zur Darstellung von Größen bekannter Abhängigkeit (Funktionsskalen, insbesondere logarithmische projektive Teilung) über und bespricht dann die Aufstellung von Rechentafeln namentlich mit der Methode der fluchtrechten Punkte oder mit Hilfe mehrerer gekreuzter Linien.

Graphische Statik mit besonderer Berücksichtigung der Einflußlinien. Von Dipl.-Ing. Otto Henkel, Bauingenieur und Studienrat an der Baugewerkschule in Erfurt. 2 Teile. 1929. (Samml. Göschen Bd. 603 u. 695). Geb. RM. 1.62

Statik. I. Teil: Die Grundlagen der Statik starrer Körper. Von Professor Dr.-Ing. Ferd. Schleicher in Hannover. Mit 47 Abbildungen. 143 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 178) . . . . . Geb. RM. 1.62
II. Teil: Angewandte (techn.) Statik. Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Mit 61 Abbildungen. Sechster Neudruck. 149 Seiten. 1922. (Samml. Göschen Bd. 179) . . . . . Geb. RM. 1.62

Ballistik. Von Dr. Theodor Vahlen, o. ö. Professor der reinen und angewandten Mathematik in Berlin. Mit 53 Abbildungen. Groß-Oktav. XII, 231 Seiten. 1922 . . . . . RM. 9.—, geb. RM. 10.—

Getriebelehre I: Geometrische Grundlagen. Von Dipl.-Ing. P. Grodzinski u. Dr.-Ing. H. Polster. Mit 127 Figuren. 138 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 1061) . . . . . Geb. RM. 1.62

Getriebelehre II: Angewandte Getriebelehre. Von Dipl.-Ing. P. Grodzinski. Mit 196 Figuren. 142 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 1062). Geb. RM. 1.62

Dynamik. Von Prof. Dr. Wilhelm Müller. I: Dynamik des Einzelkörpers. Mit 70 Figuren. 160 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 902) Geb. RM. 1.62
II: Dynamik von Körpersystemen. Mit 51 Figuren. 137 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 903) . . . . . Geb. RM. 1.62

Flugtechnisches Handbuch. Unter Mitarbeit zahlreicher Fachleute herausgegeben von Roland Eisenlohr.

4 Bände. I: Aerodynamik und Flugzeugbau. II: Flugzeugführung, Luftverkehr und Segelflug. III: Triebwerk und Sondergebiete des Flugwesens. IV: Flugwetterkunde, Ballone, Luftschiffe.
Jeder Band kart. RM. 7.50

Aerodynamik des Fluges. Eine Einführung in die mathematische Tragflächentheorie. Von Professor Dr. Harry Schmidt. Mit 81 Figuren. VII, 258 Seiten. 1929 . . . . . RM. 15.—, geb. RM. 16.50

Festigkeitslehre. Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Mit 56 Figuren und 1 Tafel. Achter Neudruck. 127 Seiten und 1 Tafel. 1923. (Samml. Göschen Bd. 288) . . . . . Geb. RM. 1.62

Hydraulik. Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Neudruck. Mit 45 Figuren. 156 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 397) . . . . . Geb. RM. 1.62

Das Buch enthält eine Darstellung der Hydrostatik und bringt aus der Hydrodynamik: Ausfluß des Wassers aus Gefäßen; Überfall des Wassers über Wehre; Die Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen; Die Bewegung des Wassers in Röhren mit konstantem Querschnitt; Stoß eines zylindrischen oder prismatischen Wasserstrahls auf eine Zylinderfläche.

Elastizitätslehre für Ingenieure. Von Professor Dr.-Ing. Max Enßlin an der Höheren Maschinenbauschule Eßlingen. 2 Bde. (Samml. Göschen Bd. 519 und 957) . . . . . Geb. je RM. 1.62

Band I bespricht die Grundlagen der Elastizitätslehre sowie Allgemeines über Spannungszustände, Zylinder, ebene Platten, Torsion und gekrümmte Träger, Band II gibt eine Einführung in die Methoden zur Berechnung der statisch unbestimmten Konstruktion des Bau- und Maschineningenieurs.

Einführung in die geometrische Optik. Von Dr. W. Hinrichs, Berlin-Wilmersdorf. Mit 56 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 143 Seiten. 1924. (Samml. Göschen Bd. 532) . . . . . Geb. RM. 1.62

Technische Tabellen und Formeln. Von Reg.-Baurat a. D. Prof. Dr.-Ing. W. Müller. Mit 105 Figuren. Dritte, verbesserte und erweiterte Auflage. 151 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 579) . . . . . Geb. RM. 1.62

Einführung in die Differentialgleichungen der Physik. Von Professor Ludwig Hopf. Mit 49 Abbildungen. 1933. (Samml. Göschen Bd. 1070) Geb. RM. 1.62

Theoretische Physik. Von Dr. Gustav Jäger, Professor der Physik an der Universität Wien. 5 Bände.
I. Band: Mechanik. Mit 25 Figuren. Sechste, verbesserte Auflage. 150 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 76) . . . . . Geb. RM. 1.62
II. Band: Schall und Wärme. Mit 7 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 133 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 77) Geb. RM. 1.62
III. Band: Elektrizität und Magnetismus. Mit 35 Figuren. Sechste, verbesserte Auflage. 151 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 78) Geb. RM. 1.62
IV. Band: Optik. Mit 44 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 148 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 374) Geb. RM. 1.62
V. Band: Wärmestrahlung, Elektronik und Atomphysik. Mit 16 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 128 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 1017) . . . . . Geb. RM. 1.62

Einführung in die theoretische Physik mit besonderer Berücksichtigung ihrer modernen Probleme. Von Dr. Arthur Haas, a. o. Professor a. d. Universität Wien. I. Band. Fünfte und sechste, abermals völlig umgearbeitete und wesentlich vermehrte Auflage. Mit 67 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. X, 396 Seiten. 1930. RM. 8.50, geb. RM. 10.—
II. Band. Fünfte und sechste, abermals völlig umgearbeitete und wesentlich vermehrte Auflage. Mit 85 Abbildungen im Text und auf sechs Tafeln. Groß-Oktav. VIII, 448 Seiten. 1930. RM. 8.50, geb. RM. 10.—

Einführung in die theoretische Physik. Von Dr. Clemens Schäfer, Professor an der Universität Breslau. I. Band: Mechanik materieller Punkte, Mechanik starrer Körper, Mechanik der Kontinua (Elastizität und Hydromechanik). Mit 272 Figuren im Text. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Groß-Oktav. XII, 991 Seiten. 1929. RM. 45.—, geb. RM. 48.—
II. Band: Theorie der Wärme. Molekular-kinetische Theorie der Materie. Mit 88 Figuren im Text. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Groß-Oktav. X, 660 Seiten. 1929 . . . . RM. 28.—, geb. RM. 30.—
III. Band. Erster Teil: Elektrodynamik und Optik. Mit 235 Figuren im Text. Groß-Oktav. VIII, 918 Seiten. 1932. RM. 37.50, geb. RM. 40.—

„Das vorliegende Werk füllt eine merkbare Lücke in der bisher vorliegenden Literatur über theoretische Physik aus. Was es von seinen Vorgängern unterscheidet, ist einmal die Verwendung aller modernen Methoden und zum zweiten die klare und ausführliche Darstellungsweise, welche auch das Studium schwieriger Kapitel zu einem Genuß macht." *Annalen der Physik.*

Das Naturbild der neuen Physik. Von Dr. phil. Arthur Haas, a. o. Professor a. d. Universität Wien. Mit 8 Figuren im Text. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Groß-Oktav. V, 129 Seiten. 1932. RM. 5.—, geb. RM. 6.—

Kleiner Grundriß der theoretischen Physik. Kleine, besonders bearbeitete Ausgabe der Einführung in die theoretische Physik. Von Dr. Arthur Haas, Professor für Physik a. d. Univ. Wien. Mit 22 Figuren. Oktav. VII, 183 Seiten. 1934. . . . . Geb. RM. 5.

Dieser „Kleine Grundriß" ist für die Leser bestimmt, die die Physik nicht Hauptstudium, sondern nur als Ergänzung eines anderen Faches betreiben deshalb auf die umfangreiche, zweibändige, schon in 6. Auflage vorlie „Einführung in die theoretische Physik" desselben Verfassers verzichten kön Für Studierende der Physik selbst soll der „Kleine Grundriß" als erste Einlei oder als Repetitorium dienen. Selbstverständlich ist der „Kleine Grundriß" in sich abgeschlossenes, einheitliches und selbständiges Buch.

Die Umwandlungen der chemischen Elemente. Von Dr. Arthur Haas, fessor für Physik an der Universität Wien. Mit 31 Abbildungen, Ok VIII, 118 Seiten. 1935 . . . . . RM. 4.30, geb. RM.

Unter den wissenschaftlichen Leistungen der letzten drei Jahre (1932 bis haben vielleicht wenige so viel Interesse in weitesten Kreisen erweckt wie d wälzenden Entdeckungen, die in dieser Zeit der physikalischen Forschung glü die Auffindung neuer Urbausteine der Materie (Neutron und Positron), experimentelle Nachweis der Entstehung von Materie aus Licht, die Feststel und Isolierung des schweren Wassers, die ungeahnten und durch neue Me ermöglichten Erfolge der Atomzertrümmerung und die künstliche Erzeugu Radioaktivität.

Von diesen neuen Entdeckungen berichtet zusammenfassend, kurz und mög leicht verständlich das Büchlein von Haas in der Form von fünf Vort I. Die Materialisation des Lichtes — II. Die Grundstoffarten — III. Die der Atomzertrümmerung — IV. Die Ergebnisse der Atomzertrümmeru V. Die künstliche Radioaktivität. 31 Abbildungen, fast durchweg Wieder nach Photographien, gewähren einen anschaulichen Einblick in die We Atome.

Atomtheorie. Von Dr. Arthur Haas, Professor für Physik an der versität Wien. Mit 81 Figuren im Text und auf 5 Tafeln. Dritte völlig umgearbeitete und wesentlich vermehrte Auflage. Oktav. V 292 Seiten. 1936 . . . . . RM. 8.50, geb. RM.

In dieser neuen Auflage haben auch die neuesten wissenschaftlichen schnitte, vor allem der Kernphysik, der Teilchenstrahlung, der Spektrosk der Struktur der Atomhüllen, sowie der neuen Anwendungen der Wel mechanik Berücksichtigung gefunden.

Radioaktivität. Von Dr. Karl Przibram, Professor an der Universität Wien. Mit 31 Abbildungen. 142 Seiten. 1932. (Sammlung Göschen Bd. 317). Geb. RM. 1.62

Teilchenstrahlen (Korpuskularstrahlen). Von Dr. H. Mark, Professor an der Universität Wien. Mit 59 Abbildungen. 152 Seiten. 1934. (Sammlung Göschen Bd. 1083) . . . . . Geb. RM. 1.62

Spektroskopie. Von Dr. Karl Wilh. Meißner, o. Professor d. Experimentalphysik an der Universität Frankfurt a. M. Mit 102 Figuren. 1935. (Sammlung Göschen Bd. 1091) . . . . . Geb. RM. 1.62

Vorlesungen über Thermodynamik. Von Dr. Max Planck, Professor der theoretischen Physik an der Universität Berlin. Mit 5 Figuren im Text. Neunte Auflage. Groß-Oktav. XI, 288 Seiten. 1930. Geb. RM. 11.50

VERLAG VON WALTER DE GRUYTER & CO. IN BERLIN W 35 UND LEIPZIG C 1

III. 1937. Buchdruckerei Otto Regel G. m. b. H., Leipzig

UTL AT DOWNSVIEW
D RANGE BAY SHLF POS ITEM C
39 28 17 02 11 001 7